

Istruzioni dettagliate per gli esperimenti mostrati nel video

Galileo e il piano inclinato

prodotto da Reinventore con il contributo del MIUR
per la diffusione della cultura scientifica (legge 6/2000).

Gli esperimenti mostrati riguardano la **Fisica**, in particolare la **Meccanica**.

Quattro sono le aree trattate, ciascuna con vari esperimenti (pag. seguente):

- a) Esperimenti
- b) Misure dei moti
- c) Rappresentazioni dei moti
- d) Matematica

Galileo e il piano inclinato – Indice

Esperimenti

1. moto equabile: pallina su rotaia
2. moto equabile: caduta vassoi e bicchieri
3. moto accelerato: esperimento di galileo

Misure dei moti

4. misura dei tempi: cronometro oppure video

Rappresentazioni dei moti

- | <i>moto uniforme</i> | <i>moto accelerato</i> |
|---------------------------|------------------------|
| 5. rettangolo | triangolo |
| 6. successione fotogrammi | successione fotogrammi |
| 7. vettori | vettori |
| 8. tabella | tabella |
| 9. formula spazi | formula spazi |
| 10. formula velocità | formula velocità |
| 11. piano cartesiano | piano cartesiano |
| 12. formula spazi II | formula spazi II |
| 13. formula velocità II | formula velocità II |

Matematica

14. vettori e parallelogrammi, triangoli simili
15. disegno parabola

Galileo e il piano inclinato – Esperimenti

1. Moto equabile: pallina su rotaia

(vedi dal min 3.17)

cosa serve

- una canalina per i fili elettrici lunga 2 metri (o pista per biglie o macchinine, etc)
- un'asse di legno o il piano del tavolo
- una biglia da biliardo, o una palla d'acciaio
- un metro o un righello
- pennarelli, matite o altri oggetti per indicare gli spazi
- un cronometro, o telefonino, o telecamera

cosa fare

- sistemare la canalina sull'asse, "in bolla" (se ci si appoggia la pallina, questa non si muove)
- disporre le matite o i pennarelli lungo la canalina, equidistanti (esempio: ogni 20 o 40 cm)
- far correre la pallina lungo la canalina. Essa si muove di moto uniforme, "equabile"
- eventualmente, misurare-cronometrare gli intervalli di tempo in cui vengono percorsi gli spazi, e rappresentare il moto in uno delle modalità illustrate in "rappresentazioni".

cosa notare

- il moto di una pallina da ping-pong non viene così "equabile", l'attrito con l'aria rallenta la pallina che percorre gli ultimi tratti a velocità più lenta
- il moto uniforme è quello tipico della musica, pensava Galileo. La pallina percorre spazi uguali in tempi uguali, "a tempo", senza accelerare né rallentare, la velocità è costante.

Galileo e il piano inclinato – Esperimenti

2. Moto equabile: caduta vassoietti e bicchieri (non presente nel video)

cosa serve

- vassoietti di carta per pasticcini
- bicchieri di plastica
- un metro o un righello
- un cronometro, o telefonino, o piccola telecamera



cosa fare

- lasciare cadere il vassoietto, che scende di moto uniforme
- lasciare cadere il bicchiere, che scende (un po' più velocemente del vassoietto) di moto uniforme
- eventualmente, misurare-cronometrare gli intervalli di tempo in cui vengono percorsi gli spazi, e rappresentare il moto in uno delle modalità illustrate in “rappresentazioni”.

cosa notare

- il primo (breve) tratto del percorso è accelerato: il vassoietto parte con velocità nulla (è fermo) e raggiunge una “velocità limite”. Raggiunta questa velocità, il vassoietto scende con velocità costante, di un moto uniforme.

Galileo e il piano inclinato – Esperimenti

3. Moto accelerato: esperimento di Galileo

(vedi dal min 17.27)

cosa serve

- una canalina per i fili elettrici lunga 2 metri (o pista per biglie o macchinine, etc)
- un'asse di legno o il piano del tavolo
- libri o spessori per inclinare l'asse o il tavolo
- una biglia da biliardo, o una palla d'acciaio
- un metro o un righello
- pennarelli, matite o altri oggetti per indicare gli spazi
- un cronometro, o telefonino, o telecamera

cosa fare

- sistemare la canalina sull'asse
- inclinare l'asse, ben saldo e sostenuto dai libri o dai sostegni
- disporre matite o pennarelli (come "segnalatori" degli spazi) lungo la canalina, per esempio a lunghezza intera (2 m) e $\frac{1}{4}$ (0.5 m)
- far correre la pallina lungo la canalina. Essa si muove di moto uniformemente accelerato
- eventualmente, misurare-cronometrare gli intervalli di tempo in cui vengono percorsi gli spazi, e rappresentare il moto in uno delle modalità illustrate in "rappresentazioni".

cosa notare

- la pallina scende accelerando, ossia, negli stessi intervalli di tempo percorre spazi sempre maggiori. Questi spazi stanno tra loro come i numeri dispari a partire dall'unità: 1, 3, 5, 7 e così via...
- l'esperimento descritto da Galileo nei Discorsi è tutto incentrato sulla misura del tempo impiegato a percorrere tutto il piano inclinato, e solamente la quarta parte. Lo ripete per diverse inclinazioni, e per diverse lunghezze.
- si può suddividere la lunghezza non solo in 1 e 3, ma anche in 1-3-5, o 1-3-5-7, etc. Per esempio, 1-3-5-7 su 2 metri di piano inclinato, corrispondono a 12.5 cm, 37.5 cm (e quindi 50 cm), 62.5 cm (e quindi 112.5 cm) e infine 87.5 cm (e si arriva a 2 metri).

Galileo e il piano inclinato – Misure dei moti

4. Misura dei tempi: cronometro oppure video

(non presente nel video)

cosa serve

- metro flessibile, o righello, per la misura delle distanze
- cronometro (anche nel telefonino)
- telecamerina per video (anche nel telefonino) e software per analizzare il video

cosa fare

- nel caso del cronometro, gli intervalli di tempo si misurano direttamente premendo i pulsanti. Si possono prendere più misure e fare le medie.
- nel caso del video, gli intervalli di tempo si misurano contando i fotogrammi tra un evento e l'altro. Per esempio, ci possono essere 25 fotogrammi in un secondo, quindi un fotogramma ogni 4 centesimi di secondo (0.04).

cosa notare

- l'attività può servire da base per affrontare il tema della misura e degli errori di misura.
- per la misura del tempo Galileo pesava l'acqua fuoriuscita da un grande recipiente bucato

Galileo e il piano inclinato – Rappresentazioni dei moti

5. rettangolo - triangolo

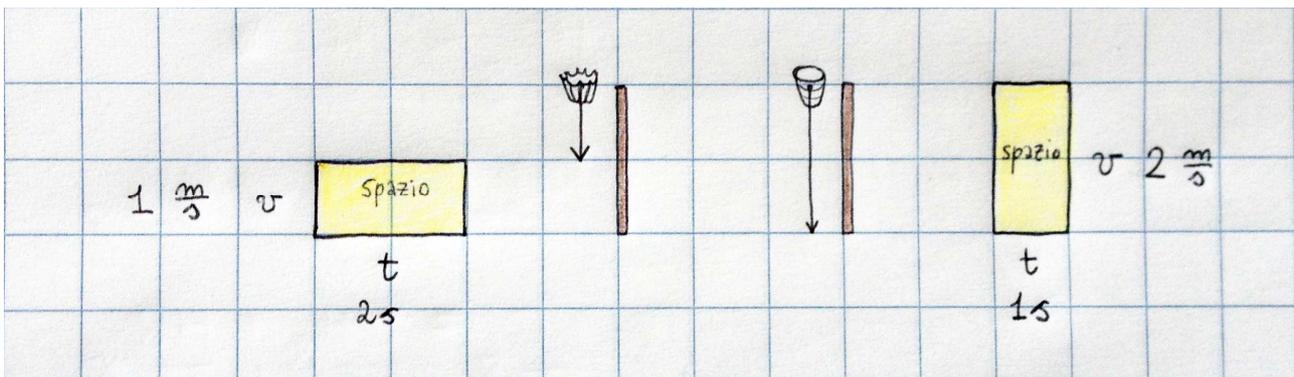
(vedi dal min 5.52 rettangolo, moto uniforme) - (vedi dal min 9.30 triangolo, moto accelerato)

cosa serve

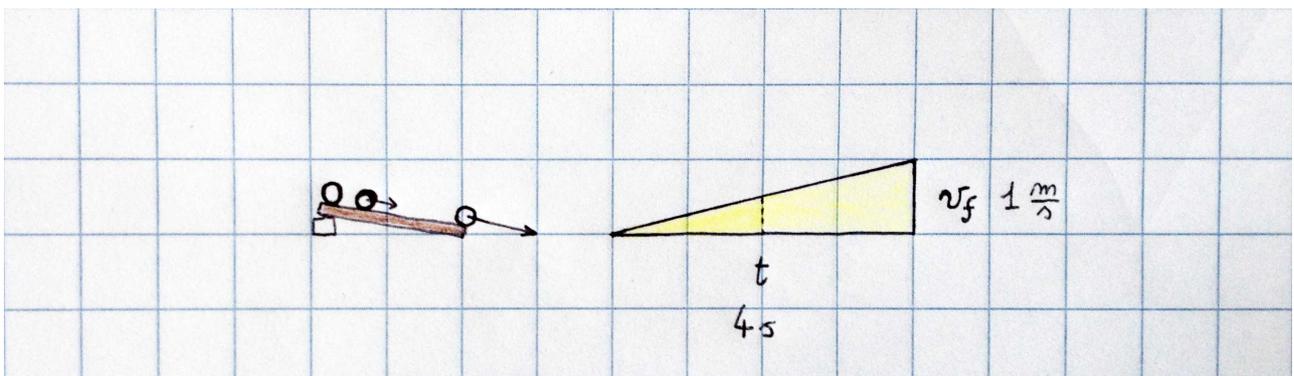
- foglio a quadretti
- eventualmente, dati dei moti (pallina, vassoietti...)

cosa fare

- il moto uniforme è rappresentato da un rettangolo. Disegnare un rettangolo.
- Vediamo il caso della discesa di vassoietto e bicchiere.
 - o L'area del rettangolo rappresenta lo spazio percorso (nel caso del vassoietto: 2 metri, rappresentati da 2 quadretti). La base rappresenta l'intervallo di tempo in cui si svolge il moto (per esempio, nel caso del vassoietto: 2 secondi). L'altezza rappresenta la velocità, che risulta di 1 m/s.
 - o Il bicchiere invece percorre i 2 metri in 1 secondo, alla velocità di 2 m/s.
 - o I rettangoli che rappresentano i due moti sono così disegnati



- il moto uniformemente accelerato è rappresentato da un triangolo
- Vediamo il caso della discesa della biglia sul piano inclinato:
 - o L'area del triangolo rappresenta lo spazio percorso, 2 metri (rappresentati da 2 quadretti)
 - o La base rappresenta il tempo impiegato, che è di 4 secondi (base lunga 4 quadretti)
 - o L'altezza del triangolo risulta così di 1 quadretto, che rappresenta una velocità finale di 1 m/s.
 - o In metà del tempo (2 sec) la biglia ha percorso $\frac{1}{4}$ del tragitto (0.5 m) rappresentati da un'area di mezzo quadretto. Nella metà di tempo successiva la biglia ha percorso i restanti $\frac{3}{4}$ del tragitto...



cosa notare

- Galileo usa questo tipo di rappresentazioni (introdotte per la prima volta da Oresme a Parigi all'inizio del Trecento) triangoli, rettangoli e trapezi, nei suoi Discorsi.
- nel caso dei rettangoli, l'area dei due rettangoli è la stessa (due quadratini), ma uno dei due rappresenta un moto uniforme che dura la metà del tempo, avendo velocità doppia. Si usa quindi una delle figure geometriche più semplici e familiari (i rettangoli) e si usano base e altezza (lunghezze) per rappresentare grandezze che non sono lunghezze, ma tempi e velocità, mentre l'area rappresenta lo spazio percorso (una lunghezza). Questo uso, molto "astratto" e "generale", prepara il terreno alle rappresentazioni sul piano cartesiano.
- queste rappresentazioni, inoltre, forniscono una visualizzazione per le formule (9).

Galileo e il piano inclinato – Rappresentazioni dei moti

6. successione fotogrammi

(vedi dal min 4.49) - (vedi dal min 8.29)

cosa serve

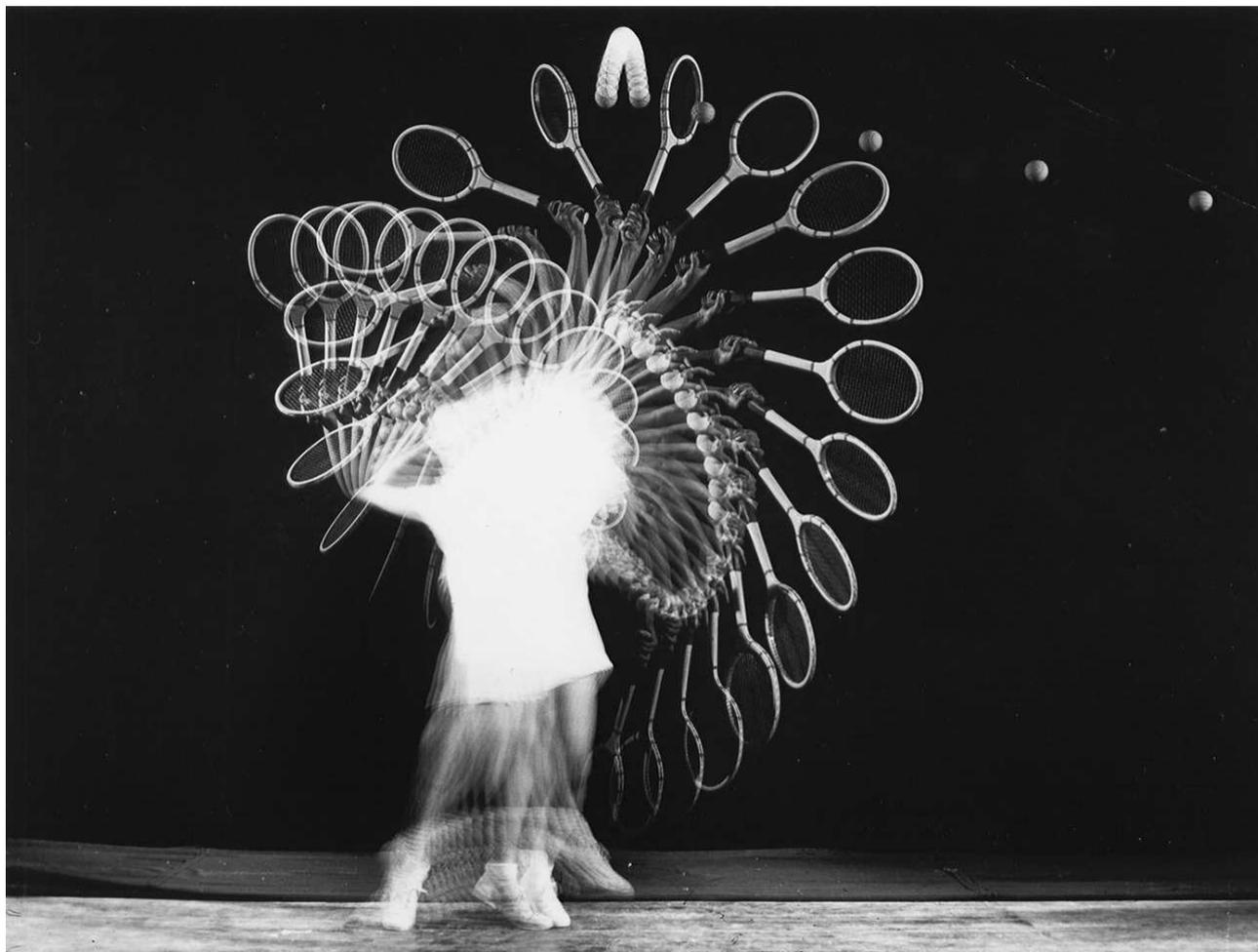
- foglio a quadretti
- eventualmente, dati dei moti (pallina, vassoietti...)

cosa fare

- rappresentare il moto uniforme (del vassoietto e del bicchiere) con disegni che richiamano le fotografie con immagini sovrapposte prese a intervalli di tempo costanti.
- rappresentare il moto accelerato. Si possono usare i dati della pallina sul piano inclinato, o di un vaso di fiori che cade da 80 metri d'altezza... dopo 1 secondo ha percorso 5 metri, un altro secondo e altri 15 metri, un altro secondo e altri 25 metri, un altro secondo e altri 35 metri.

cosa notare

- è un metodo molto intuitivo e fumettistico per rappresentare i moti.
- è un metodo che riprende le fotografie stroboscopiche dei moti, come quelle di Edgerton e del PSSC. Per esempio, la pallina da tennis lanciata in alto, e poi colpita durante il servizio.



Galileo e il piano inclinato – Rappresentazioni dei moti

7. vettori

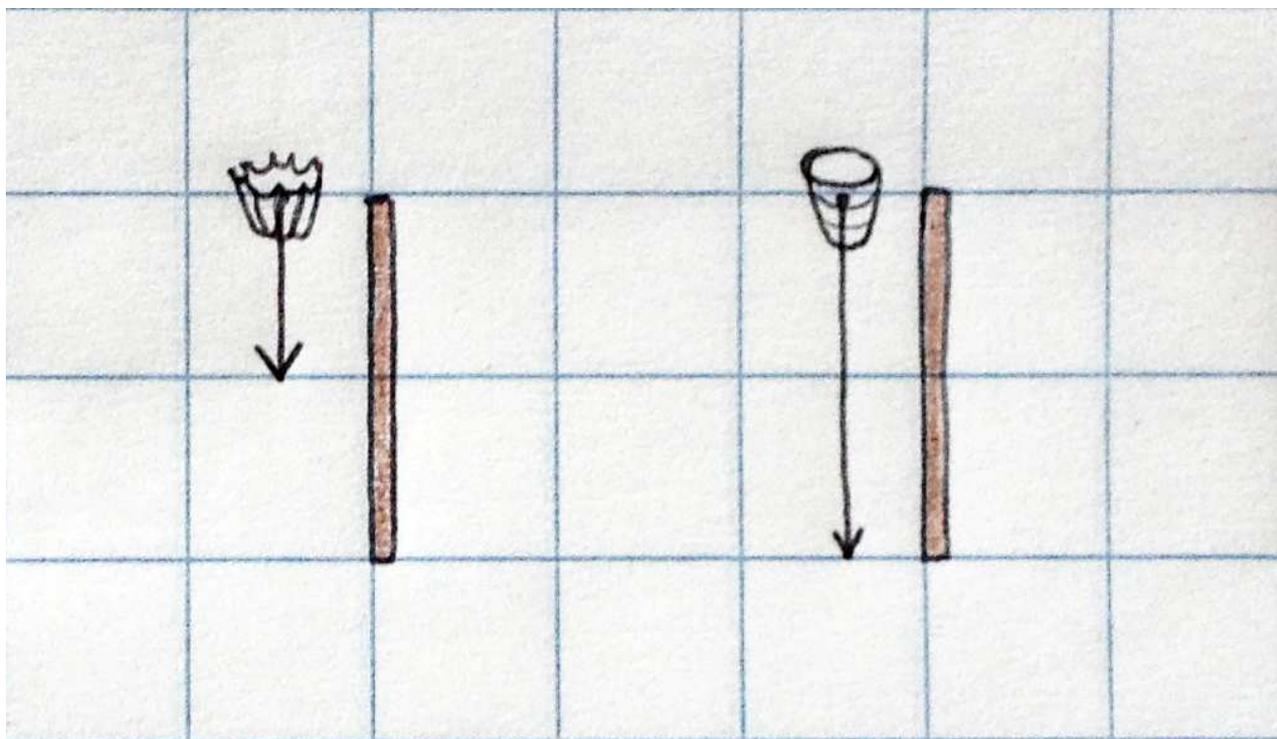
(vedi dal min 5.29)

cosa serve

- foglio a quadretti
- eventualmente, dati dei moti (pallina, vassoietti...)

cosa fare

- un esercizio è quello di aggiungere “le frecce” (i vettori velocità) ai disegni a fotogrammi. Per esempio, ecco disegnate le frecce della velocità del vassoietto (1 m/s) e del bicchiere (2 m/s).



- le frecce si possono aggiungere anche ai moti accelerati, esplicitando quindi le velocità crescenti (frecce più lunghe) in istanti successivi.
- i vettori e il piano inclinato sono affrontati anche al punto 14.

cosa notare

- servirsi dei fogli a quadretti, per proporre esercizi, somme di vettori, differenze, regole del parallelogramma (magari potendo usare una lavagna a quadretti) è un'attività molto pratica e utile. Si possono far fare a tutti gli studenti contemporaneamente tanti esercizi, rapidamente, è un'attività molto coinvolgente e adatta ai ragazzi.

Galileo e il piano inclinato – Rappresentazioni dei moti

8. tabella

(non presente nel video)

cosa serve

- foglio a quadretti
- eventualmente, dati dei moti (pallina, vassoietti...)

cosa fare

- raccogliere in tabelle i dati dei moti, reali o immaginari (di vassoietti, palline, vasi di fiori)

Caduta del bicchiere
(moto uniforme)

Tempo (s)	Spazio percorso (m)
0	0
0,5	1
1	2

Caduta del vaso di fiori
(moto uniformemente accelerato)

Tempo (s)	Spazio percorso (m)
0	0
1	5
2	20
3	45
4	80

cosa notare

- si tratta di esercizi semplici, da fare per impratichirsi. Collegarli ai diversi disegni (rappresentazione a fotogrammi, rettangoli e triangoli) aiuta a dare un significato ai numeri, aiuta a leggere anche questo tipo di disegni e rappresentazioni come “tabelle”, come raccolte di dati.
- si può aggiungere anche la velocità alle tabelle

Caduta del bicchiere
(moto uniforme)

Tempo (s)	Velocità (m/s)	Spazio percorso (m)
0	2	0
0,5	2	1
1	2	2

Caduta del vaso di fiori
(moto uniformemente accelerato)

Tempo (s)	Velocità (m/s)	Spazio percorso (m)
0	0	0
1	10	5
2	20	20
3	30	45
4	40	80

Galileo e il piano inclinato – Rappresentazioni dei moti

9. formula spazi

(vedi dal min 7.03) - (vedi dal min 10.30)

cosa serve

- foglio a quadretti
- eventualmente, dati dei moti (pallina, vassoietti...)

cosa fare

- riassumere le tabelle in formule
- per esempio, nel caso della caduta del bicchiere, $\text{spazio} = 2 \cdot \text{tempo}$
- nel caso della caduta del vaso di fiori, $\text{spazio} = \frac{1}{2} \cdot \text{tempo} \cdot \text{velocità}$
oppure $\text{spazio} = 5 \cdot \text{tempo}^2$

cosa notare

- la formula dello spazio percorso per il moto uniforme è

$$\text{spazio} = \text{velocità} \cdot \text{tempo}$$

- la formula dello spazio percorso per il moto accelerato è

$$\text{spazio} = \frac{1}{2} \cdot \text{tempo} \cdot \text{velocità}$$

che può diventare...

essendo (come vedremo al punto successivo) $\text{velocità} = \text{accelerazione} \cdot \text{tempo}$

$$\text{spazio} = \frac{1}{2} \text{accelerazione} \cdot \text{tempo}^2$$

Galileo e il piano inclinato – Rappresentazioni dei moti

10. formula velocità

(vedi dal min 12.38)

cosa serve

- foglio a quadretti
- eventualmente, dati dei moti (pallina, vassoietti...)

cosa fare

- riassumere le tabelle in formule
- per esempio, nel caso della caduta del bicchiere, $\text{velocità} = 2$
- nel caso della caduta del vaso di fiori, $\text{velocità} = 10 \cdot \text{tempo}$

cosa notare

- la formula della velocità per il moto uniforme è

$\text{velocità} = \text{costante}$

- la formula della velocità per il moto accelerato è

$\text{velocità} = \text{accelerazione} \cdot \text{tempo}$

Galileo e il piano inclinato – Rappresentazioni dei moti

11. piano cartesiano

(vedi dal min 7.15) - (vedi dal min 14.15)

cosa serve

- foglio a quadretti
- eventualmente, dati dei moti (pallina, vassoietti...)

cosa fare

- rappresentare le coppie di dati della tabella (moto uniforme) come punti nel piano cartesiano (la “x” il tempo, la “y” lo spazio percorso)
- rappresentare la formula dello spazio percorso nel moto uniforme come retta nel piano cartesiano (sul tipo $y = m \cdot x$, si ha spazio= $m \cdot$ tempo, con m pendenza che indica la velocità).
- rappresentare la formula della velocità nel moto uniforme come retta nel piano cartesiano.

- rappresentare le coppie di dati della tabella (moto accelerato) come punti nel piano cartesiano (la “x” il tempo, la “y” lo spazio percorso)
- rappresentare la formula dello spazio percorso nel moto accelerato come parabola nel piano cartesiano (sul tipo $y = A \cdot x^2$, si ha spazio= $5 \cdot$ tempo²) è bene usare come unità di misura “1 quadretto = 10 metri” altrimenti la parabola risulta troppo allungata (80 quadretti...).
- rappresentare la formula della velocità nel moto accelerato come retta nel piano cartesiano (sul tipo $y = m \cdot x$, si ha velocità= $m \cdot$ tempo, con m pendenza che indica l'accelerazione).

cosa notare

- non si tratta solo di una ulteriore rappresentazione che si aggiunge a quelle già viste, ma permette di sostituire a “spazio percorsi” il concetto di “posizione”. Spesso la posizione si indica nelle formule con x , la posizione iniziale con x_0 , la generica posizione al tempo t come $x=x(t)$, x funzione di t .

Galileo e il piano inclinato – Rappresentazioni dei moti

12. formula spazi II

(non presente nel video)

cosa serve

- foglio a quadretti
- eventualmente, dati dei moti (pallina, vassoietti...)

cosa fare

- scrivere le formule che rappresentano i moti studiati, esprimendo la posizione dei corpi in funzione del tempo
- la formula della posizione nel moto uniforme è

$$x = x_0 + v \cdot t$$

- nel caso del bicchiere che scende da 2 metri d'altezza (posizione iniziale) con una velocità di 2 m/s diretta verso il basso, si ha

$$x = 2 - 2 \cdot t$$

- la retta che si disegna ($x = -2 \cdot t + 2$) riassume nel grafico tutte le posizioni attraversate dal bicchiere nel suo moto. Per $t = 1$ s la posizione è $x=0$, il bicchiere tocca terra.
- anche per il caso del moto accelerato (caduta del vaso di fiori) si ha una formula più complessa che dà la posizione del vaso in ogni istante tenendo conto delle posizioni e velocità iniziali.

$$x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

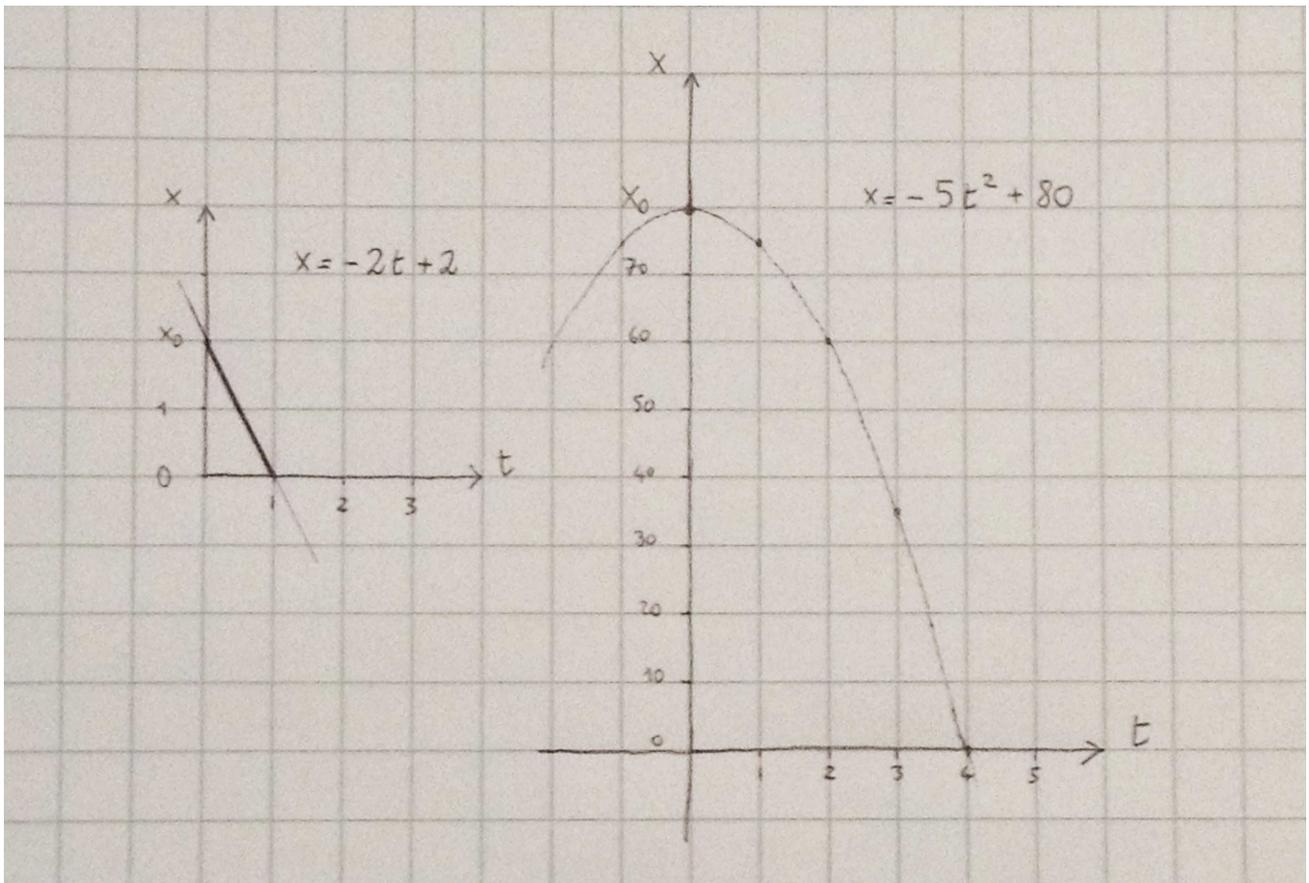
- che diventa nel nostro caso

$$x = 80 + 0 \cdot t - \frac{1}{2} 10 \cdot t^2$$

$$x = 80 - 5 \cdot t^2$$

cosa notare

- le due formule sono rappresentate nel grafico a pagina seguente:



- la formula del moto accelerato, dopo un po' di operazioni, può diventare

$$x - x_0 = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$$

$$x - x_0 = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} (v_f - v_0)/t \cdot t^2$$

$$x - x_0 = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} (v_f - v_0) \cdot t$$

$$x - x_0 = \frac{1}{2} (v_f + v_0) \cdot t$$

ossia la formula che dà lo spazio percorso come area del trapezio, le cui basi maggiore e minore sono le velocità finale e iniziale, e l'altezza il tempo. È questo il genere di conti svolti dai "calcolatori di Oxford" della scuola di Merton, come pure da Galileo Galilei.

Galileo e il piano inclinato – Rappresentazioni dei moti

13. formula velocità II

(non presente nel video)

cosa serve

- foglio a quadretti
- eventualmente, dati dei moti (pallina, vassoietti...)

cosa fare

- scrivere le formule che rappresentano i moti studiati, esprimendo la velocità dei corpi in funzione del tempo
- la formula della velocità nel moto uniforme è

$$v = v_0$$

- nel caso del bicchiere che scende da 2 metri d'altezza (posizione iniziale) con una velocità di 2 m/s diretta verso il basso, si ha

$$v = 2$$

- la retta che si disegna ($v = 2$) riassume nel grafico tutte le velocità istantanee del bicchiere nel suo moto.
- nel caso del moto accelerato (caduta del vaso di fiori) si ha

$$v = v_0 + a \cdot t$$

che diventa nel nostro caso

$$v = 0 - 10 \cdot t$$

il segno “-” perché l'accelerazione è diretta verso il basso mentre l'asse x è diretto verso l'alto

cosa notare

- con tutte queste formule rimaniamo tuttavia alle rappresentazioni e descrizioni dei moti di prima di Newton. Ossia, lo studio del moto che tipicamente si affronta al biennio nella scuola secondaria.

Newton introduce un calcolo matematico (con le operazioni di derivazione e integrazione) che permette di partire dalla formula dell'accelerazione una formula tipo

$a = 0$ ossia l'accelerazione nulla del moto uniforme, e integrando si ottiene

$v = \text{costante1}$ e integrando ancora

$x = \text{costante2} + v \cdot t$

dove costante1 e costante2 non sono altro che la velocità iniziale e la posizione iniziale.

mentre da

$a = \text{costante}$ ossia l'accelerazione del moto accelerato, integrando si ottiene

$v = \text{costante}_1 + a \cdot t$ e integrando ancora

$x = \text{costante}_2 + \text{costante}_1 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$

Con il suo metodo Newton può ottenere le equazioni del moto non solo nel caso del moto uniforme e del moto accelerato, ma in modo generale, per moti circolari, moti planetari, moti oscillatori, e così via. Sempre partendo da una formula per l'accelerazione (o meglio, per la forza) e integrando. È un capitolo di matematica del “libro della natura” che generalmente si affronta al triennio.

Galileo e il piano inclinato – Matematica

14. vettori e parallelogrammi, triangoli simili

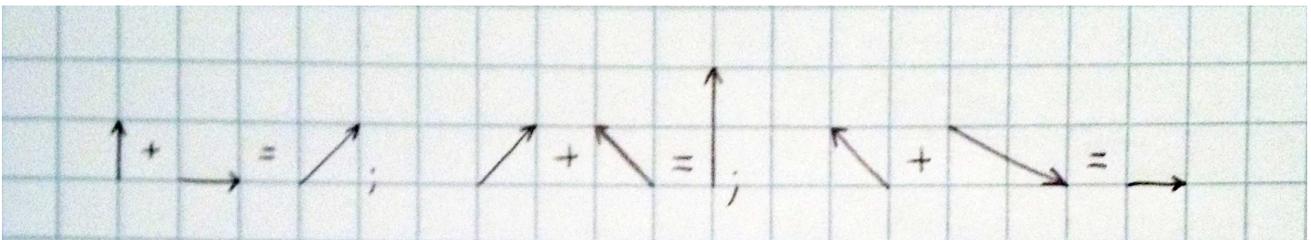
(non presente nel video)

cosa serve

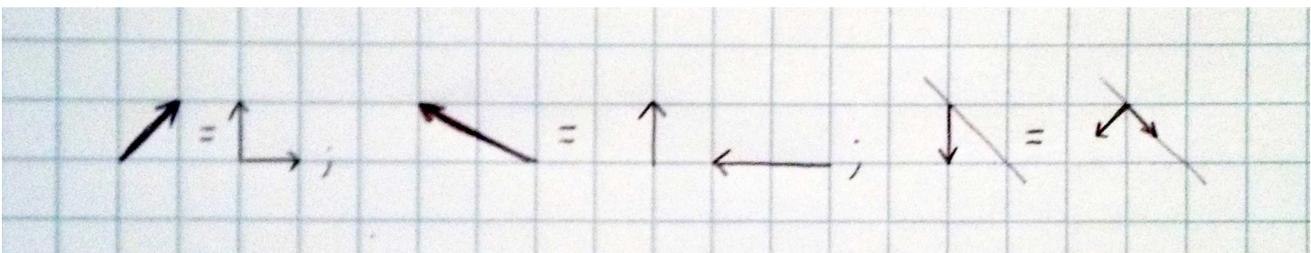
- foglio a quadretti (uno per ogni studente)
- lavagna a quadretti

cosa fare

- si disegnano alla lavagna vettori da sommare, ogni studente li ricopia (tutti contemporaneamente) e scrive il risultato (la risultante). L'insegnante passa tra i banchi, e quando tutti hanno fatto propone un'altra somma. Per esempio, le operazioni in figura. L'esercizio serve per imparare a sommare i vettori (la regola del parallelogramma, la costruzione punta-coda)



- analogamente, si fa lo stesso con l'operazione “ $\cdot (-1)$ ” e con la differenza di vettori
- si propone anche l'esercizio inverso, la scomposizione di un vettore in due “componenti”. Dapprima seguendo i quadretti, poi tracciando anche linee arbitrarie e scomponendo i vettori in due componenti, parallela e perpendicolare alla linea arbitraria.

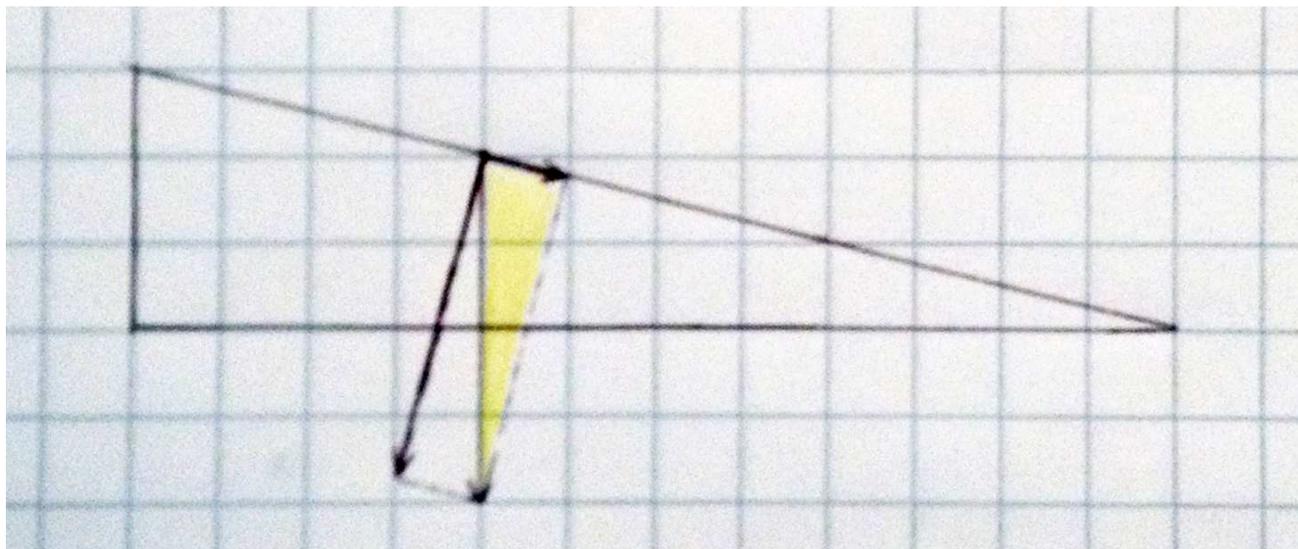


cosa notare

- si possono ripetere le stesse attività aggiungendo i “moduli” scritti in piccolo vicino ai vettori.
- nel piano inclinato la scomposizione del vettore “forza peso” in due componenti, parallela e perpendicolare al piano, mostra in modo immediato due triangoli simili, quello del piano inclinato (con una data lunghezza-ipotenusa e una data altezza-cateto corto) e quello di vettori e componenti (con la “forza peso”-ipotenusa e la “componente parallela”-cateto corto).

C'è pertanto un rapporto costante: su un piano inclinato lungo 2 m e alto 20 cm, un oggetto

viene trascinato lungo il piano con $1/10$ della sua forza peso.



Galileo e il piano inclinato – Matematica

15. disegno parabola

(vedi dal min 14:15)

cosa serve

- foglio a quadretti (uno per ogni studente)
- lavagna a quadretti

cosa fare

- disegnare a mano una parabola, $y = x^2$, segnando prima i punti (0,0), (1,1), (2,4), (3,9), (4,16)... mostrando che di quadretto in quadretto si sale prima di 1, poi di 3, di 5, di 7...
- segnare poi i punti $(\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$, $(\frac{3}{2}, \frac{9}{4})$, $(\frac{5}{2}, \frac{25}{4})$, mostrando che in questo caso si sale prima di $\frac{1}{4}$, poi di $\frac{3}{4}$, poi $\frac{5}{4}$, poi $\frac{7}{4}$... eccetera.
- la parabola è, per così dire, simile a sé stessa, e sale sempre con andamento 1, 3, 5, 7...
- fare lo stesso con la parabola $y = \frac{1}{4} x^2$
- gli studenti disegnano queste parabole sui loro fogli a quadretti

cosa notare

- gli esercizi sul moto dei gravi, palle di cannone, vasi di fiori, richiedono una certa praticità con esercizi di questo tipo.

