

Comportamento quantistico

- | | |
|--|---|
| 1-1 Meccanica atomica | 1-6 Osserviamo gli elettroni |
| 1-2 Un esperimento con pallottole | 1-7 Principi base della meccanica quantistica |
| 1-3 Un esperimento con onde | 1-8 Il principio di indeterminazione |
| 1-4 Un esperimento con elettroni | |
| 1-5 Interferenza delle onde elettroniche | |

Nota: Questo capitolo è quasi del tutto uguale al Capitolo 37 del Volume I.

1-1 Meccanica atomica

La "meccanica quantistica" è la descrizione del comportamento della materia e della luce in tutti i suoi dettagli e, in particolare, di ciò che avviene su scala atomica. Gli oggetti su scala molto piccola non si comportano come nessuna cosa di cui si possa avere diretta esperienza. Non si comportano come onde, non si comportano come particelle, non si comportano come nuvole, nè come palle di biliardo, o come pesi attaccati a molle, o infine come una qualsiasi cosa che mai possiate aver visto.

Newton pensava che la luce fosse composta di particelle, ma fu poi scoperto che essa si comporta come un'onda. In seguito, tuttavia (all'inizio del ventesimo secolo), fu trovato che in effetti la luce talvolta si comporta da particella. Per fare un altro esempio, una volta si pensava che l'elettrone si comportasse come una particella e si scoprì poi che, sotto molti aspetti, si comporta come un'onda. Cosicché, in realtà, non si comporta in nessuno dei due modi. Ora abbiamo lasciato perdere. Diciamo: "Non è nè l'una nè l'altra cosa".

Fortunatamente c'è uno spiraglio: gli elettroni si comportano esattamente come la luce. Il comportamento quantistico degli oggetti atomici (elettroni, protoni, neutroni, fotoni e così via) è lo stesso per tutti, sono tutti "onde particelle," o qualunque altro nome vi piaccia dar loro. Così ciò che apprendiamo sulle proprietà degli elettroni (che useremo nei nostri esempi) vale anche per tutte le altre "particelle," compresi i fotoni della luce.

Il graduale accumularsi di informazioni sul comportamento atomico e su scala microscopica durante il primo quarto del nostro secolo, che aveva dato qualche indicazione su come in realtà si comportino gli oggetti piccoli, ingenerò uno stato di crescente confusione, che venne infine superato nel 1926 e 1927 da Schrödinger, Heisenberg, e Born. Essi

Quantum Behavior

- | | |
|--|---|
| 1-1 Atomic mechanics | 1-6 Watching the electrons |
| 1-2 An experiment with bullets | 1-7 First principles of quantum mechanics |
| 1-3 An experiment with waves | 1-8 The uncertainty principle |
| 1-4 An experiment with electrons | |
| 1-5 The interference of electron waves | |

Note: This chapter is almost exactly the same as Chapter 37 of Volume I.

1-1 Atomic mechanics

"Quantum mechanics" is the description of the behavior of matter and light in all its details and, in particular, of the happenings on an atomic scale. Things on a very small scale behave like nothing that you have any direct experience about. They do not behave like waves, they do not behave like particles, they do not behave like clouds, or billiard balls, or weights on springs, or like anything that you have ever seen.

Newton thought that light was made up of particles, but then it was discovered that it behaves like a wave. Later, however (in the beginning of the twentieth century), it was found that light did indeed sometimes behave like a particle. Historically, the electron, for example, was thought to behave like a particle, and then it was found that in many respects it behaved like a wave. So it really behaves like neither. Now we have given up. We say: "It is like *neither*."

There is one lucky break, however—electrons behave just like light. The quantum behavior of atomic objects (electrons, protons, neutrons, photons, and so on) is the same for all, they are all "particle waves," or whatever you want to call them. So what we learn about the properties of electrons (which we shall use for our examples) will apply also to all "particles," including photons of light.

The gradual accumulation of information about atomic and small-scale behavior during the first quarter of this century, which gave some indications about how small things do behave, produced an increasing confusion which was finally resolved in 1926 and 1927 by Schrödinger, Heisenberg, and Born. They finally

riuscirono finalmente a dare una descrizione coerente del comportamento della materia su scala microscopica. In questo capitolo considereremo le principali caratteristiche di tale descrizione.

Proprio perchè il comportamento atomico è così diverso dalla comune esperienza, è assai difficile abituarcisi, ed esso appare strano e misterioso a chiunque, sia al principiante, che al fisico ormai sperimentato. Perfino gli esperti non lo capiscono nel modo che essi desidererebbero, ed è assai ragionevole che non ci riescano, poichè tutto quanto riguarda la diretta esperienza e l'intuizione umana si riferisce ad oggetti grandi. Sappiamo come si comportano gli oggetti grandi, ma quelli su piccola scala fanno altrimenti. Perciò, per apprendere ciò che riguarda questi ultimi, dobbiamo usare metodi più astratti e concettuali, piuttosto che cercare dei legami con la nostra diretta esperienza.

In questo capitolo affronteremo subito l'elemento essenziale di questo misterioso comportamento, in una delle sue forme che più colpiscono. Scegliamo cioè un fenomeno che è impossibile, *assolutamente* impossibile, spiegare in nessun modo in forma classica, e che contiene in sé il cuore della meccanica quantistica. In effetti, questo fenomeno contiene l'unico mistero. Non possiamo eliminare il mistero "spiegando" come avviene. Ci limiteremo a *descrivere* come avviene; e nel far questo avremo descritto le principali caratteristiche della meccanica quantistica.

1-2 Un esperimento con pallottole

Per cercare di capire il comportamento quantistico degli elettroni, li metteremo a confronto, in una particolare situazione sperimentale, con particelle a noi più familiari, come ad esempio dei piccoli proiettili, e poi anche delle onde, per esempio del tipo di quelle che si formano nell'acqua. Consideriamo dapprima il comportamento dei proiettili nella situazione sperimentale mostrata schematicamente in Fig. 1-1. C'è una mitragliatrice che spara pallottole in continuazione. Non è una mitragliatrice molto buona, perchè sparge le pallottole (casualmente) su una regione angolare piuttosto grande, com'è indicato in figura. Di fronte alla mitragliatrice c'è una parete (fatta di uno spessore corazzato) in cui sono praticati due fori di dimensioni appena sufficienti a lasciar passare un proiettile attraverso ad essi. Dietro la parete c'è un tabellone (diciamo una tavola di legno ben spessa) che "assorbe" i proiettili che ci battono sopra. Sul tabellone, di fronte alla parete coi fori, c'è un oggetto, che si potrebbe chiamare un "rivelatore" di pallottole. Potrebbe essere fatto con una scatola riempita di sabbia. Tutti i proiettili che entrano nel rivelatore vengono fermati ed accumulati. Quando lo vogliamo, possiamo vuotare la scatola e contare i proiettili che contiene. Il rivelatore può essere mosso avanti e indietro (in quella che chiameremo la direzione x). Con questo apparecchio, possiamo trovare sperimentalmente la risposta alla domanda: "Qual'è la probabilità che un proiettile che passa attraverso i fori sulla parete, arrivi sul tabellone ad una distanza x dal centro?" Prima di tutto, notate che dobbiamo parlare di probabilità, perchè non possiamo dire con precisione dove andrà a finire un particolare proiettile. Una pallottola che infili uno dei fori può rimbalzare sui bordi e finire chissà dove. La "probabilità" a cui ci riferiamo, cioè quella che un proiettile giunga al rivelatore, è quella grandezza che noi misuriamo contando il numero dei proiettili che arrivano sul rivelatore in un certo tempo e poi facendo il rapporto tra questo numero ed il numero *totale* di proiettili che urtano il tabellone durante quell'intervallo di tempo. O anche, se si suppone che la mitragliatrice spari sempre con lo stesso ritmo durante le

obtained a consistent description of the behavior of matter on a small scale. We take up the main features of that description in this chapter.

Because atomic behavior is so unlike ordinary experience, it is very difficult to get used to, and it appears peculiar and mysterious to everyone—both to the novice and to the experienced physicist. Even the experts do not understand it the way they would like to, and it is perfectly reasonable that they should not, because all of direct, human experience and of human intuition applies to large objects. We know how large objects will act, but things on a small scale just do not act that way. So we have to learn about them in a sort of abstract or imaginative fashion and not by connection with our direct experience.

In this chapter we shall tackle immediately the basic element of the mysterious behavior in its most strange form. We choose to examine a phenomenon which is impossible, *absolutely* impossible, to explain in any classical way, and which has in it the heart of quantum mechanics. In reality, it contains the *only* mystery. We cannot make the mystery go away by "explaining" how it works. We will just *tell* you how it works. In telling you how it works we will have told you about the basic peculiarities of all quantum mechanics.

1-2 An experiment with bullets

To try to understand the quantum behavior of electrons, we shall compare and contrast their behavior, in a particular experimental setup, with the more familiar behavior of particles like bullets, and with the behavior of waves like water waves. We consider first the behavior of bullets in the experimental setup shown diagrammatically in Fig. 1-1. We have a machine gun that shoots a stream of bullets. It is not a very good gun, in that it sprays the bullets (randomly) over a fairly large angular spread, as indicated in the figure. In front of the gun we have a wall (made of armor plate) that has in it two holes just about big enough to let a bullet through. Beyond the wall is a backstop (say a thick wall of wood) which will "absorb" the bullets when they hit it. In front of the wall we have an object which we shall call a "detector" of bullets. It might be a box containing sand. Any bullet that enters the detector will be stopped and accumulated. When we wish, we can empty the box and count the number of bullets that have been caught. The detector can be moved back and forth (in what we will call the x -direction). With this apparatus, we can find out experimentally the answer to the question: "What is the probability that a bullet which passes through the holes in the wall will arrive at the backstop at the distance x from the center?" First, you should realize that we should talk about probability, because we cannot say definitely where any particular bullet will go. A bullet which happens to hit one of the holes may bounce off the edges of the hole, and may end up anywhere at all. By "probability" we mean the chance that the bullet will arrive at the detector, which we can measure by counting the number which arrive at the detector in a certain time and then taking the ratio of this number to the *total* number that hit the backstop during that time. Or, if we assume that the gun always shoots at the same rate during the

Gun = Mitragliatrice
 Movable detector = Rivelatore mobile
 Wall = Parete
 Backstop = Tabellone

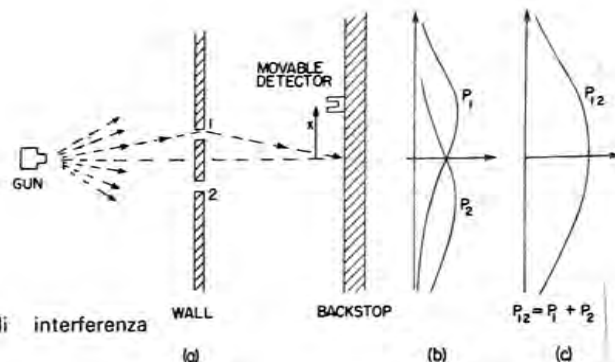


Fig. 1-1. Esperimento di interferenza con proiettili.

Fig. 1-1. Interference experiment with bullets.

misure, la probabilità che cerchiamo è semplicemente proporzionale al numero di proiettili che arrivano al rivelatore in un certo intervallo di tempo prefissato.

Per quel che ora ci interessa possiamo immaginare un'esperienza leggermente più idealizzata, in cui i proiettili non siano delle pallottole reali, ma siano *indistruttibili* — che non possano cioè spezzarsi in due. Nel nostro esperimento verifichiamo che ogni pallottola che arriva è un blocco indivisibile, e che quando c'è qualcosa nel rivelatore, si tratta sempre di una pallottola intera. Se il ritmo con cui spara la mitragliatrice viene molto diminuito, troviamo che ad ogni dato istante al tabellone o non arriva nulla, oppure vi arriva una pallottola, una soltanto ed esattamente una. Inoltre le dimensioni dei blocchi non dipendono certamente dal ritmo con cui la mitragliatrice spara. Diciamo quindi: "I proiettili arrivano *sempre* a blocchi identici e distinti." Ciò che misuriamo con il nostro rivelatore è la probabilità di arrivo di uno di tali blocchi. E questa probabilità la misuriamo in funzione di x . Il risultato di queste misure con il nostro apparecchio (l'esperimento non l'abbiamo ancora fatto, cosicché noi stiamo in realtà immaginandoci il risultato) è riportato in grafico nella parte (c) della Fig. 1-1. Nel grafico la probabilità viene riportata alla destra di x , verticalmente, cosicché l'asse x è in corrispondenza con la sezione dell'apparecchio. Indichiamo la probabilità con P_{12} perchè i proiettili possono provenire sia dal foro 1 che dal foro 2. Non c'è da meravigliarsi che P_{12} sia grande vicino al centro del grafico, ma che diventi piccola quando x è molto grande. Può tuttavia sorprendere che P_{12} abbia il suo valor massimo in $x = 0$. Possiamo capire questo fatto ripetendo il nostro esperimento dopo aver chiuso il foro 2, ed un'altra volta ancora chiudendo invece il foro 1. Quando il foro 2 è tappato i proiettili possono passare solo attraverso il foro 1, e si ottiene la curva segnata con P_1 nella parte (b) della figura. Com'era prevedibile il massimo di P_1 si ha per quel valore di x che giace sulla retta congiungente la mitragliatrice ed il foro 1. Quando è il foro 1 ad essere chiuso, otteniamo la curva P_2 , simmetrica alla precedente, disegnata in figura. P_2 è la distribuzione di probabilità per i proiettili che passano attraverso il foro 2. Dal confronto delle parti (b) e (c), si deduce l'importante risultato. Le probabilità vanno semplicemente sommate. L'effetto con entrambi i fori aperti è la somma degli effetti che si hanno quando è aperto ciascuno dei fori da solo. Indicheremo questo risultato dicendo che "*non si osserva interferenza*," per ragioni che appariranno chiare in seguito. E ciò basti per i proiettili. Arrivano interi e la loro probabilità di arrivo non presenta interferenza.

measurements, the probability we want is just proportional to the number that reach the detector in some standard time interval.

For our present purposes we would like to imagine a somewhat idealized experiment in which the bullets are not real bullets, but are *indestructible* bullets—they cannot break in half. In our experiment we find that bullets always arrive in lumps, and when we find something in the detector, it is always one whole bullet. If the rate at which the machine gun fires is made very low, we find that at any given moment either nothing arrives, or one and only one—exactly one—bullet arrives at the backstop. Also, the size of the lump certainly does not depend on the rate of firing of the gun. We shall say: "Bullets *always* arrive in identical lumps." What we measure with our detector is the probability of arrival of a lump. And we measure the probability as a function of x . The result of such measurements with this apparatus (we have not yet done the experiment, so we are really imagining the result) are plotted in the graph drawn in part (c) of Fig. 1-1. In the graph we plot the probability to the right and x vertically, so that the x -scale fits the diagram of the apparatus. We call the probability P_{12} because the bullets may have come either through hole 1 or through hole 2. You will not be surprised that P_{12} is large near the middle of the graph but gets small if x is very large. You may wonder, however, why P_{12} has its maximum value at $x = 0$. We can understand this fact if we do our experiment again after covering up hole 2, and once more while covering up hole 1. When hole 2 is covered, bullets can pass only through hole 1, and we get the curve marked P_1 in part (b) of the figure. As you would expect, the maximum of P_1 occurs at the value of x which is on a straight line with the gun and hole 1. When hole 1 is closed, we get the symmetric curve P_2 drawn in the figure. P_2 is the probability distribution for bullets that pass through hole 2. Comparing parts (b) and (c) of Fig. 1-1, we find the important result that

$$P_{12} = P_1 + P_2. \quad (1.1)$$

The probabilities just add together. The effect with both holes open is the sum of the effects with each hole open alone. We shall call this result an observation of "*no interference*," for a reason that you will see later. So much for bullets. They come in lumps, and their probability of arrival shows no interference.

1-3 Un esperimento con onde

Ora vogliamo considerare un esperimento con onde prodotte nell'acqua. L'apparecchio è mostrato schematicamente in Fig. 1-2. C'è un contenitore d'acqua, poco profondo. Un piccolo oggetto, indicato come "sorgente di onde" vien fatto muovere su e giù da un motore e produce onde circolari. Alla destra della sorgente abbiamo ancora una parete con due fori, e dietro c'è una seconda parete che, per semplificare le cose, si considera un perfetto "assorbitore," di modo che non si produce la riflessione delle onde che vi incidono. Si può ottenere questo risultato costruendo una "spiaggia" di sabbia in leggero declivio. Davanti alla spiaggia mettiamo un rivelatore che può essere spostato avanti e indietro in direzione x , come prima. In questo caso il rivelatore è un congegno che misura l' "intensità" del moto ondoso. Si può pensare ad un apparecchio che misuri l'altezza del moto ondoso, con una scala calibrata con i *quadrati* dell'altezza effettiva, cosicché la lettura risulti proporzionale all'intensità dell'onda. Il nostro rivelatore registra quindi un qualcosa proporzionale all'energia portata dall'onda o piuttosto all'energia che giunge al rivelatore per unità di tempo.

Wave source = Sorgente di onde
Detector = Rivelatore
Wall = Parete
Absorber = Assorbitore

Fig. 1-2. Esperimento di interferenza con onde nell'acqua.

Quel che si può notare per prima cosa con il nostro apparecchio per le onde, è che l'intensità può avere *qualsiasi* valore. Se la sorgente si muove molto poco, c'è appena un leggero moto ondoso al rivelatore; quando aumenta il moto della sorgente, viene rivelata una maggiore intensità di onde. L'intensità dell'onda può assumere qualsiasi valore. *Non* si può certo dire che l'intensità dell'onda abbia una struttura in qualche modo "a blocchi."

Misuriamo ora l'intensità dell'onda per vari valori di x (mantenendo costante il moto della sorgente delle onde). Otteniamo allora la curva di aspetto assai interessante segnata con I_{12} nella parte (c) della figura.

Noi abbiamo già stabilito come abbiano origine simili curve studiando l'interferenza di onde elettriche nel Volume I. In questo caso osserviamo che l'onda originale viene diffratta attraverso i fori, e che nuove onde circolari si diffondono da ciascun foro. Se chiudiamo un foro alla volta e misuriamo la distribuzione d'intensità sull'assorbitore troviamo le curve d'intensità, piuttosto semplici, che sono riportate nella parte (b) della figura. I_1 è l'intensità dell'onda proveniente dal foro 1 (intensità che determiniamo effettuando le misure quando il foro 2 è tappato) e I_2 è l'intensità proveniente dal foro 2 (quando il foro 1 è chiuso).

1-3 An experiment with waves

Now we wish to consider an experiment with water waves. The apparatus is shown diagrammatically in Fig. 1-2. We have a shallow trough of water. A small object labeled the "wave source" is jiggled up and down by a motor and makes circular waves. To the right of the source we have again a wall with two holes, and beyond that is a second wall, which, to keep things simple, is an "absorber," so that there is no reflection of the waves that arrive there. This can be done by building a gradual sand "beach." In front of the beach we place a detector which can be moved back and forth in the x -direction, as before. The detector is now a device which measures the "intensity" of the wave motion. You can imagine a gadget which measures the height of the wave motion, but whose scale is calibrated in proportion to the *square* of the actual height, so that the reading is proportional to the intensity of the wave. Our detector reads, then, in proportion to the *energy* being carried by the wave—or rather, the rate at which energy is carried to the detector.

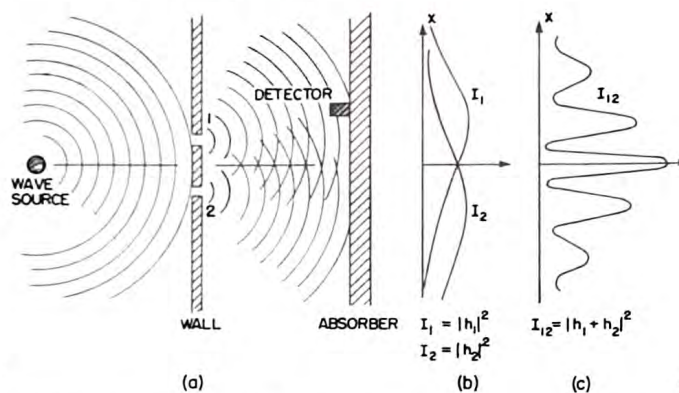


Fig. 1-2. Interference experiment with water waves.

With our wave apparatus, the first thing to notice is that the intensity can have *any* size. If the source just moves a very small amount, then there is just a little bit of wave motion at the detector. When there is more motion at the source, there is more intensity at the detector. The intensity of the wave can have any value at all. We would *not* say that there was any "lumpiness" in the wave intensity.

Now let us measure the wave intensity for various values of x (keeping the wave source operating always in the same way). We get the interesting-looking curve marked I_{12} in part (c) of the figure.

We have already worked out how such patterns can come about when we studied the interference of electric waves in Volume I. In this case we would observe that the original wave is diffracted at the holes, and new circular waves spread out from each hole. If we cover one hole at a time and measure the intensity distribution at the absorber we find the rather simple intensity curves shown in part (b) of the figure. I_1 is the intensity of the wave from hole 1 (which we find by measuring when hole 2 is blocked off) and I_2 is the intensity of the wave from hole 2 (seen when hole 1 is blocked).

L'intensità I_{12} osservata quando entrambi i fori sono aperti, certamente *non* è la somma di I_1 e I_2 . Diciamo allora che si ha "interferenza" tra le due onde. In certi punti (cioè dove la curva I_{12} ha i suoi massimi) le onde sono "in fase" e i picchi delle onde si sommano, dando luogo ad una grande ampiezza e, quindi, ad una grande intensità. Diremo che nei punti suddetti si ha una "interferenza costruttiva" tra le due onde. Si avrà interferenza costruttiva in tutti i punti dove la differenza delle distanze del rivelatore dai due fori sia uguale a un numero intero di lunghezze d'onda.

Nei punti in cui le onde arrivano al rivelatore con una differenza di fase di π (cioè dove sono "fuori fase"), il moto ondoso che ne risulterà sarà dato dalla differenza delle due ampiezze. Si ha qui una "interferenza distruttiva," e l'intensità dell'onda ne risulta diminuita. Si può prevedere che questi piccoli valori d'intensità abbiano luogo nei punti in cui la distanza del rivelatore dal foro 1 differisca dalla distanza dal foro 2 di un numero dispari di semi-lunghezze d'onda. I piccoli valori di I_{12} nella Fig. 1-2 corrispondono ai punti in cui si ha interferenza distruttiva tra le onde.

Ricorderete che la relazione quantitativa tra I_1 , I_2 e I_{12} può essere espressa come segue: l'altezza istantanea al rivelatore dell'onda proveniente dal foro 1 può esser scritta come (la parte reale di) $h_1 e^{i\omega t}$, dove "l'ampiezza" h_1 è, in generale, un numero complesso. L'intensità è proporzionale all'ampiezza quadratica media, cioè, visto che stiamo usando numeri complessi, al modulo quadrato $|h_1|^2$. Analogamente, per il foro 2, l'altezza è $h_2 e^{i\omega t}$ e l'intensità è proporzionale a $|h_2|^2$. Quando entrambi i fori sono aperti, le altezze singole si sommano dando luogo all'altezza complessiva $(h_1 + h_2)e^{i\omega t}$ e all'intensità $|h_1 + h_2|^2$. Tralasciando la costante di proporzionalità che non interessa per i nostri scopi, le relazioni corrette per onde che interferiscono sono

Osserverete che il risultato è completamente diverso da quello ottenuto con i proiettili (Eq. 1-1). Se sviluppiamo $|h_1 + h_2|^2$ troviamo che

dove δ è la differenza di fase tra h_1 e h_2 . In funzione delle intensità si può scrivere

L'ultimo termine nella (1.4) è il "termine d'interferenza." E ciò basti per le onde. L'intensità può avere un qualsiasi valore e presenta interferenza.

1-4 Un esperimento con elettroni

Immaginiamo ora di fare un esperimento simile ai precedenti, ma facendo uso di elettroni, come è mostrato schematicamente in Fig. 1-3. C'è un cannone elettronico che consiste di un filo di tungsteno riscaldato elettricamente e circondato da un involucro metallico provvisto di un foro. Se il filo è mantenuto ad una tensione negativa rispetto all'involucro, gli elettroni emessi dal filo verranno accelerati verso le pareti ed alcuni di essi usciranno dal foro.

The intensity I_{12} observed when both holes are open is certainly *not* the sum of I_1 and I_2 . We say that there is "interference" of the two waves. At some places (where the curve I_{12} has its maxima) the waves are "in phase" and the wave peaks add together to give a large amplitude and, therefore, a large intensity. We say that the two waves are "interfering constructively" at such places. There will be such constructive interference wherever the distance from the detector to one hole is a whole number of wavelengths larger (or shorter) than the distance from the detector to the other hole.

At those places where the two waves arrive at the detector with a phase difference of π (where they are "out of phase") the resulting wave motion at the detector will be the difference of the two amplitudes. The waves "interfere destructively," and we get a low value for the wave intensity. We expect such low values wherever the distance between hole 1 and the detector is different from the distance between hole 2 and the detector by an odd number of half-wavelengths. The low values of I_{12} in Fig. 1-2 correspond to the places where the two waves interfere destructively.

You will remember that the quantitative relationship between I_1 , I_2 , and I_{12} can be expressed in the following way: The instantaneous height of the water wave at the detector for the wave from hole 1 can be written as (the real part of) $h_1 e^{i\omega t}$, where the "amplitude" h_1 is, in general, a complex number. The intensity is proportional to the mean squared height or, when we use the complex numbers, to the absolute value squared $|h_1|^2$. Similarly, for hole 2 the height is $h_2 e^{i\omega t}$ and the intensity is proportional to $|h_2|^2$. When both holes are open, the wave heights add to give the height $(h_1 + h_2)e^{i\omega t}$ and the intensity $|h_1 + h_2|^2$. Omitting the constant of proportionality for our present purposes, the proper relations for interfering waves are

$$I_1 = |h_1|^2, \quad I_2 = |h_2|^2, \quad I_{12} = |h_1 + h_2|^2. \quad (1.2)$$

You will notice that the result is quite different from that obtained with bullets (Eq. 1-1). If we expand $|h_1 + h_2|^2$ we see that

$$|h_1 + h_2|^2 = |h_1|^2 + |h_2|^2 + 2|h_1||h_2|\cos\delta, \quad (1.3)$$

where δ is the phase difference between h_1 and h_2 . In terms of the intensities, we could write

$$I_{12} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\delta. \quad (1.4)$$

The last term in (1.4) is the "interference term." So much for water waves. The intensity can have any value, and it shows interference.

1-4 An experiment with electrons

Now we imagine a similar experiment with electrons. It is shown diagrammatically in Fig. 1-3. We make an electron gun which consists of a tungsten wire heated by an electric current and surrounded by a metal box with a hole in it. If the wire is at a negative voltage with respect to the box, electrons emitted by the wire will be accelerated toward the walls and some will pass through the hole.

Electron gun = Cannoncino elettronico
 Wall = Parete
 Detector = Rivelatore
 Backstop = Tabellone

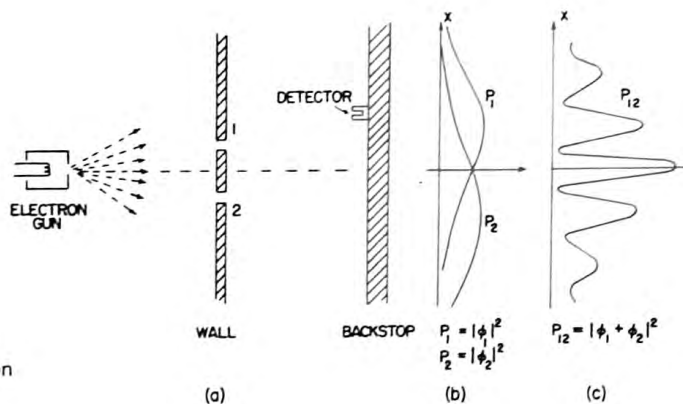


Fig. 1-3. Esperimento di interferenza con elettroni.

Fig. 1-3. Interference experiment with electrons.

Tutti gli elettroni che escono dal cannone avranno (all'incirca) la stessa energia. Di fronte al cannone vi è di nuovo una parete (per esempio una sottile placca metallica) in cui sono praticati due fori. Dietro la parete vi è un'altra placca che ha la funzione di arrestare gli elettroni. Davanti a quest'ultima collochiamo un rivelatore mobile. Quest'ultimo potrebbe essere un contatore geiger o, forse meglio, un moltiplicatore di elettroni connesso con un altoparlante.

Vi avvertiamo subito di non cercare di montare questo esperimento (come invece avreste potuto fare con i due che abbiamo già descritti). Questo esperimento non è mai stato fatto in questo modo. Il guaio sta nel fatto che, per rivelare gli effetti che ci interessano, l'apparato dovrebbe essere costruito su una scala talmente piccola da rendere impossibile la cosa. Noi stiamo quindi compiendo un "esperimento concettuale" e lo abbiamo scelto così perché è facile ragionarci su. Noi sappiamo quali sono i risultati che *si otterrebbero*, perché *sono stati fatti* molti esperimenti, in cui la scala e le proporzioni erano state scelte in modo da mettere in luce gli effetti che ora descriveremo.

La prima cosa che notiamo nel nostro esperimento con elettroni è che si sentono dei "clic" ben staccati nel rivelatore (cioè nell'altoparlante). E che tutti i "clic" sono uguali: *non* ci sono "mezzi clic."

Ci accorgiamo anche che i "clic" arrivano in modo irregolare. Qualcosa come: clic . . . clic-clic . . . clic . . . clic . . . clic-clic . . . clic . . . ecc., così come avrete certamente udito fare da un contatore geiger in funzione. Se contiamo i clic che arrivano in un tempo sufficientemente lungo — diciamo per parecchi minuti — e poi li ricontiamo per un altro periodo di tempo uguale, troviamo che i due numeri ottenuti sono assai vicini. Possiamo dunque parlare di una *frequenza media* con cui i clic sono uditi (tanti clic per minuto, in media).

Se muoviamo il rivelatore, il *ritmo* con cui arrivano i clic risulta più veloce o più lento, ma la *grandezza* (intensità) di ciascun clic è sempre la stessa. Se abbassiamo la temperatura del filo nel cannone elettronico, il ritmo dei clic diminuisce, ma il suono di ciascun clic rimane lo stesso. Infine, ponendo due diversi rivelatori sullo schermo in fondo, notiamo che il solito clic viene emesso da uno *oppure* dall'altro dei due, ma mai contemporaneamente. (Eccetto che una volta tanto, quando due clic sono emessi in tempi assai vicini, cosicché il nostro orecchio non ne avverte la separazione.) Concludiamo, perciò, che quel che arriva al rivelatore, qualunque cosa sia, arriva in "granuli." Tutti i "granuli" hanno le stesse dimensioni: i "granuli" arrivano tutti interi.

All the electrons which come out of the gun will have (nearly) the same energy. In front of the gun is again a wall (just a thin metal plate) with two holes in it. Beyond the wall is another plate which will serve as a "backstop." In front of the backstop we place a movable detector. The detector might be a geiger counter or, perhaps better, an electron multiplier, which is connected to a loudspeaker.

We should say right away that you should not try to set up this experiment (as you could have done with the two we have already described). This experiment has never been done in just this way. The trouble is that the apparatus would have to be made on an impossibly small scale to show the effects we are interested in. We are doing a "thought experiment," which we have chosen because it is easy to think about. We know the results that *would* be obtained because there *are* many experiments that have been done, in which the scale and the proportions have been chosen to show the effects we shall describe.

The first thing we notice with our electron experiment is that we hear sharp "clicks" from the detector (that is, from the loudspeaker). And all "clicks" are the same. There are *no* "half-clicks."

We would also notice that the "clicks" come very erratically. Something like: click . . . click-click . . . click . . . click . . . click-click . . . click . . . etc., just as you have, no doubt, heard a geiger counter operating. If we count the clicks which arrive in a sufficiently long time—say for many minutes—and then count again for another equal period, we find that the two numbers are very nearly the same. So we can speak of the *average rate* at which the clicks are heard (so-and-so-many clicks per minute on the average).

As we move the detector around, the *rate* at which the clicks appear is faster or slower, but the size (loudness) of each click is always the same. If we lower the temperature of the wire in the gun, the rate of clicking slows down, but still each click sounds the same. We would notice also that if we put two separate detectors at the backstop, one *or* the other would click, but never both at once. (Except that once in a while, if there were two clicks very close together in time, our ear might not sense the separation.) We conclude, therefore, that whatever arrives at the backstop arrives in "lumps." All the "lumps" are the same size: only whole

ed uno alla volta. Diremo quindi: "Gli elettroni arrivano sempre in granuli, tutti identici tra loro."

Così come nel nostro esperimento con i proiettili, si può cercare ora di rispondere sperimentalmente alla domanda: "Qual'è la probabilità relativa che un granulo elettronico arrivi sulla placca di fondo a varie distanze x dal centro?" Come prima, otterremo la probabilità relativa facendo lavorare il cannone elettronico a ritmo costante. La probabilità che un granulo arrivi ad un particolare valore di x è proporzionale al ritmo medio dei clic, quando il rivelatore è nella posizione x .

Il risultato del nostro esperimento è la curva, assai interessante, segnata con P_{12} nella parte (c) di Fig. 1-3. Già! Gli elettroni fanno proprio così.

1-5 Interferenza delle onde elettroniche

Cerchiamo ora di analizzare la curva di Fig. 1-3 per vedere se riusciamo a capire il comportamento degli elettroni. La prima cosa che vorremmo dire è che, poichè quel che arriva sono dei granuli, ciascun granulo, che in fondo potremmo anche chiamare elettrone, è passato attraverso il foro 1 oppure attraverso il foro 2. Scriviamo tutto ciò sotto forma di una "Proposizione":

Proposizione A: Ciascun elettrone o attraversa il foro 1 oppure attraversa il foro 2.

Ammettendo la Proposizione A, tutti gli elettroni che arrivano alla placca di fondo possono venire suddivisi in due classi: (1) quelli che ci sono arrivati passando per il foro 1, e (2) quelli arrivati attraverso il foro 2. Allora la nostra curva deve essere la somma degli effetti degli elettroni venuti dal foro 1 e degli elettroni venuti dal foro 2. Controlliamo quest'idea con un esperimento. Per prima cosa faremo una misura con gli elettroni che vengono dal foro 1. Chiudiamo il foro 2 e contiamo i clic al rivelatore. Da questa misura, ricaviamo P_1 . Il risultato è mostrato dalla curva segnata con P_1 nella parte (b) di Fig. 1-3. Tale risultato è assai ragionevole. In maniera analoga, misuriamo P_2 , distribuzione di probabilità per gli elettroni che provengono dal foro 2. Anche il risultato di tale misura è riportato in figura.

Il risultato P_{12} ottenuto con entrambi i fori aperti non è certo la somma di P_1 e P_2 , le probabilità per ciascun foro soltanto. In analogia con il nostro esperimento con le onde diciamo: "C'è interferenza."

$$\text{Per gli elettroni: } P_{12} \neq P_1 + P_2. \quad (1.5)$$

Ma di dove vien fuori questa interferenza? Forse si potrebbe dire: "Bene, questo probabilmente significa che non è vero che i granuli passano attraverso l'uno o l'altro dei fori 1 e 2, perchè, se così fosse, le probabilità si sommerebbero. Forse vanno in modo più complicato. Se dividono a metà e..." Ma no! Non possono farlo, arrivano sempre tutti interi... "Allora, forse qualcuno passa attraverso il foro 1, e poi anche attraverso il foro 2, e così via per un pò di volte, oppure fanno qualche altra strada complicata... cosicchè chiudendo il foro 2, abbiamo alterato la probabilità di arrivo sul fondo degli elettroni che avevano attraversato il foro 1..." Ma attenti! Vi sono alcuni punti in cui arrivano pochi elettroni quando sono aperti tutti e due i fori,

"lumps" arrive, and they arrive one at a time at the backstop. We shall say: "Electrons always arrive in identical lumps."

Just as for our experiment with bullets, we can now proceed to find experimentally the answer to the question: "What is the relative probability that an electron 'lump' will arrive at the backstop at various distances x from the center?" As before, we obtain the relative probability by observing the rate of clicks, holding the operation of the gun constant. The probability that lumps will arrive at a particular x is proportional to the average rate of clicks at that x .

The result of our experiment is the interesting curve marked P_{12} in part (c) of Fig. 1-3. Yes! That is the way electrons go.

1-5 The interference of electron waves

Now let us try to analyze the curve of Fig. 1-3 to see whether we can understand the behavior of the electrons. The first thing we would say is that since they come in lumps, each lump, which we may as well call an electron, has come either through hole 1 or through hole 2. Let us write this in the form of a "Proposition":

Proposition A: Each electron either goes through hole 1 or it goes through hole 2.

Assuming Proposition A, all electrons that arrive at the backstop can be divided into two classes: (1) those that come through hole 1, and (2) those that come through hole 2. So our observed curve must be the sum of the effects of the electrons which come through hole 1 and the electrons which come through hole 2. Let us check this idea by experiment. First, we will make a measurement for those electrons that come through hole 1. We block off hole 2 and make our counts of the clicks from the detector. From the clicking rate, we get P_1 . The result of the measurement is shown by the curve marked P_1 in part (b) of Fig. 1-3. The result seems quite reasonable. In a similar way, we measure P_2 , the probability distribution for the electrons that come through hole 2. The result of this measurement is also drawn in the figure.

The result P_{12} obtained with both holes open is clearly not the sum of P_1 and P_2 , the probabilities for each hole alone. In analogy with our water-wave experiment, we say: "There is interference."

$$\text{For electrons: } P_{12} \neq P_1 + P_2. \quad (1.5)$$

How can such an interference come about? Perhaps we should say: "Well, that means, presumably, that it is not true that the lumps go either through hole 1 or hole 2, because if they did, the probabilities should add. Perhaps they go in a more complicated way. They split in half and..." But no! They cannot, they always arrive in lumps... "Well, perhaps some of them go through 1, and then they go around through 2, and then around a few more times, or by some other complicated path... then by closing hole 2, we changed the chance that an electron that started out through hole 1 would finally get to the backstop..." But notice! There are some points at which very few electrons arrive when both holes

ma che ricevono molti elettroni se chiudiamo uno dei fori, cosicché la chiusura di un foro *aumenta* il numero di elettroni proveniente dall'altro. Notate, poi, che al centro della curva, P_{12} è maggiore del doppio di $P_1 + P_2$. È come se la chiusura di un foro *diminuisse* il numero di elettroni che escono dall'altro. Sembra assai difficile spiegare *entrambi* questi effetti, proponendo che gli elettroni viaggino per cammini complicati.

Tutto è assai misterioso. E più ci pensate, più misterioso diventa. Si sono rimuginate molte idee per cercar di spiegare la curva P_{12} pensando ai singoli elettroni che se ne vanno in modo complicato attraverso i fori. Ma nessuna di esse ha avuto successo. Nessuna può render conto della curva P_{12} a partire da P_1 e P_2 .

Quel che è abbastanza sorprendente è che la *matematica*, che serve per collegare P_1 e P_2 a P_{12} , è estremamente semplice. Perché P_{12} è proprio una curva come I_{12} di Fig. 1-2, e *quel* caso era semplice. Quel che succede sulla placca di fondo può essere descritto da due numeri complessi, che chiameremo ϕ_1 e ϕ_2 (che sono, naturalmente, funzioni di x). Il modulo quadrato di ϕ_1 ci dà l'effetto col solo foro 1 aperto. Cioè, $P_1 = |\phi_1|^2$. Allo stesso modo l'effetto col solo foro 2 aperto è data da ϕ_2 . Cioè, $P_2 = |\phi_2|^2$. L'effetto combinato dei due fori è perciò $P_{12} = |\phi_1 + \phi_2|^2$. La *matematica* è proprio quella che si aveva con le onde! (È difficile vedere come uno possa ottenere un così semplice risultato da un complicato giuoco di elettroni che se ne vanno avanti e indietro attraverso la placca lungo strane traiettorie.)

Ne concludiamo quanto segue: Gli elettroni arrivano in "granuli", come delle particelle, e la loro probabilità di arrivo varia con la distribuzione d'intensità propria di un'onda. E in questo senso che gli elettroni si comportano "talvolta come una particella e talvolta come un'onda."

Tra l'altro, trattando le onde classicamente, avevamo definito l'intensità come la media nel tempo del quadrato dell'ampiezza dell'onda, ed avevamo usato i numeri complessi come trucco matematico che semplificava l'analisi. In meccanica quantistica risulta invece che le ampiezze *devono* essere rappresentate da numeri complessi. Le parti reali non bastano. Questa per il momento è soltanto una nota tecnica, visto che le formule appaiono le stesse.

Poiché la probabilità di arrivo attraverso i due fori si ottiene in modo così semplice, anche se non è uguale a $(P_1 + P_2)$, questo è in realtà tutto quello che c'è da dire. Ma c'è un gran numero di sottigliezze che sono connesse con questo modo di comportarsi della natura. Ora vi illustreremo alcune di queste sottigliezze. Primo, poiché il numero di elettroni che arriva in un particolare punto *non* è uguale al numero di elettroni che arrivano passando dal foro 1 più quelli che passano dal foro 2, così come avremmo concluso a partire dalla *Proposizione A*, senza dubbio, dovremmo concludere che la *Proposizione A* è falsa. Non è vero che gli elettroni passano attraverso l'uno o l'altro dei fori 1 e 2. Ma questa conclusione deve essere provata da un altro esperimento.

1-6 Osserviamo gli elettroni

Faremo adesso il seguente esperimento. Aggiungiamo al nostro apparecchio ad elettroni una sorgente di luce molto forte, posta dietro lo schermo a metà tra i due fori, come è mostrato in Fig. 1-4. Sappiamo che le cariche elettriche diffondono la luce. Cosicché quando un

are open, but which receive many electrons if we close one hole, so *closing* one hole *increased* the number from the other. Notice, however, that at the center of the pattern, P_{12} is more than twice as large as $P_1 + P_2$. It is as though closing one hole *decreased* the number of electrons which come through the other hole. It seems hard to explain *both* effects by proposing that the electrons travel in complicated paths.

It is all quite mysterious. And the more you look at it the more mysterious it seems. Many ideas have been concocted to try to explain the curve for P_{12} in terms of individual electrons going around in complicated ways through the holes. None of them has succeeded. None of them can get the right curve for P_{12} in terms of P_1 and P_2 .

Yet, surprisingly enough, the *mathematics* for relating P_1 and P_2 to P_{12} is extremely simple. For P_{12} is just like the curve I_{12} of Fig. 1-2, and *that* was simple. What is going on at the backstop can be described by two complex numbers that we can call ϕ_1 and ϕ_2 (they are functions of x , of course). The absolute square of ϕ_1 gives the effect with only hole 1 open. That is, $P_1 = |\phi_1|^2$. The effect with only hole 2 open is given by ϕ_2 in the same way. That is, $P_2 = |\phi_2|^2$. And the combined effect of the two holes is just $P_{12} = |\phi_1 + \phi_2|^2$. The *mathematics* is the same as that we had for the water waves! (It is hard to see how one could get such a simple result from a complicated game of electrons going back and forth through the plate on some strange trajectory.)

We conclude the following: The electrons arrive in lumps, like particles, and the probability of arrival of these lumps is distributed like the distribution of intensity of a wave. It is in this sense that an electron behaves "sometimes like a particle and sometimes like a wave."

Incidentally, when we were dealing with classical waves we defined the intensity as the mean over time of the square of the wave amplitude, and we used complex numbers as a mathematical trick to simplify the analysis. But in quantum mechanics it turns out that the amplitudes *must* be represented by complex numbers. The real parts alone will not do. That is a technical point, for the moment, because the formulas look just the same.

Since the probability of arrival through both holes is given so simply, although it is not equal to $(P_1 + P_2)$, that is really all there is to say. But there are a large number of subtleties involved in the fact that nature does work this way. We would like to illustrate some of these subtleties for you now. First, since the number that arrives at a particular point is *not* equal to the number that arrives through 1 plus the number that arrives through 2, as we would have concluded from Proposition A, undoubtedly we should conclude that *Proposition A* is false. It is *not* true that the electrons go *either* through hole 1 or hole 2. But that conclusion can be tested by another experiment.

1-6 Watching the electrons

We shall now try the following experiment. To our electron apparatus we add a very strong light source, placed behind the wall and between the two holes, as shown in Fig. 1-4. We know that electric charges scatter light. So when an

Electron gun = Cannoncino elettronico
 Light source = Sorgente luminosa

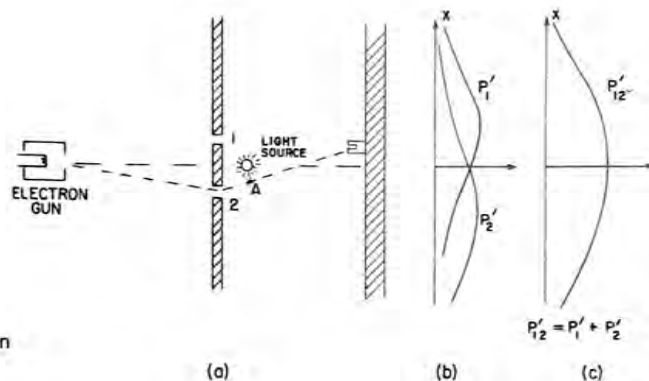


Fig. 1-4. Un diverso esperimento con elettroni.

Fig. 1-4. A different electron experiment.

elettrone riesce in un modo qualsiasi ad oltrepassare lo schermo, prima di raggiungere il rivelatore devierà verso il nostro occhio della luce e potremo *vedere* il cammino dell'elettrone stesso. Per esempio, se l'elettrone passa attraverso il foro 2, seguendo la traiettoria disegnata in Fig. 1-4, dovremmo vedere un lampo di luce proveniente dalle vicinanze del punto A in figura. Se l'elettrone passa attraverso il foro 1, ci aspetteremmo di vedere invece un lampo nelle vicinanze del foro di sopra. Se dovesse accadere di osservare un lampo nelle vicinanze dello stesso tempo, perchè l'elettrone si divide a metà... Ma facciamo l'esperimento!

Ecco ciò che si vede: *ogni volta* che udiamo un "clic" dal nostro rivelatore di elettroni (sulla parete di fondo), *vediamo anche* un lampo di luce o vicino al foro 1 *oppure* al foro 2, ma *mai* tutti e due insieme! E otteniamo questo stesso risultato indipendentemente dalla posizione del rivelatore. Da questa esperienza concludiamo che quando osserviamo gli elettroni troviamo che essi passano attraverso o l'uno o l'altro dei fori. Sperimentalmente la Proposizione A è necessariamente vera.

Ma allora cosa c'è di sbagliato nel nostro ragionamento *contro* la Proposizione A? Perchè P_{12} non è uguale proprio a $P_1 + P_2$? Ritorniamo all'esperienza! Ricostruiamo il cammino degli elettroni e scopriamo ciò che fanno. Per ogni posizione (sull'asse x) del rivelatore contiamo gli elettroni che arrivano e registriamo *anche* il foro attraverso il quale sono passati, osservando di lampi di luce. Possiamo fare le cose in questo modo: ogni volta che udiamo un "clic" faremo un segno in Colonna 1 se vediamo il lampo vicino al foro 1, mentre se questo appare in prossimità del foro 2, lo annotiamo in Colonna 2. Tutti gli elettroni che arrivano sono registrati in due classi: quelli che sono giunti attraverso 1 e quelli che sono giunti attraverso 2. Dal numero riportato in Colonna 1 ricaviamo la probabilità P'_1 , che un elettrone arrivi al rivelatore via il foro 1; dal numero riportato in Colonna 2 ricaviamo la probabilità P'_2 , che un elettrone arrivi al rivelatore via il foro 2. Se ora ripetiamo queste misure per molti valori di x , otteniamo per P'_1 e P'_2 le curve mostrate nella parte (b) di Fig. 1-4.

Orbene, ciò non è molto sorprendente! Otteniamo per P'_1 qualcosa di molto simile a ciò che si era ottenuto prima per P_1 chiudendo il foro 2; mentre P'_2 è molto simile a quello che si era ottenuto chiudendo il foro 1. Dunque *non c'è* niente di complicato come il passare attraverso tutti e due i fori. Quando li osserviamo, gli elettroni arrivano proprio come ci aspettavamo che arrivassero. Sia che i fori siano aperti o chiusi, quelli che

electron passes, however it does pass, on its way to the detector, it will scatter some light to our eye, and we can *see* where the electron goes. If, for instance, an electron were to take the path via hole 2 that is sketched in Fig. 1-4, we should see a flash of light coming from the vicinity of the place marked A in the figure. If an electron passes through hole 1, we would expect to see a flash from the vicinity of the upper hole. If it should happen that we get light from both places at the same time, because the electron divides in half... Let us just do the experiment!

Here is what we see: *every time* that we hear a "click" from our electron detector (at the backstop), we *also see* a flash of light *either* near hole 1 *or* near hole 2, but *never* both at once! And we observe the same result no matter where we put the detector. From this observation we conclude that when we look at the electrons we find that the electrons go either through one hole or the other. Experimentally, Proposition A is necessarily true.

What, then, is wrong with our argument *against* Proposition A? Why *isn't* P_{12} just equal to $P_1 + P_2$? Back to experiment! Let us keep track of the electrons and find out what they are doing. For each position (x -location) of the detector we will count the electrons that arrive and *also* keep track of which hole they went through, by watching for the flashes. We can keep track of things this way: whenever we hear a "click" we will put a count in Column 1 if we see the flash near hole 1, and if we see the flash near hole 2, we will record a count in Column 2. Every electron which arrives is recorded in one of two classes: those which come through 1 and those which come through 2. From the number recorded in Column 1 we get the probability P'_1 that an electron will arrive at the detector via hole 1; and from the number recorded in Column 2 we get P'_2 , the probability that an electron will arrive at the detector via hole 2. If we now repeat such a measurement for many values of x , we get the curves for P'_1 and P'_2 shown in part (b) of Fig. 1-4.

Well, that is not too surprising! We get for P'_1 something quite similar to what we got before for P_1 by blocking off hole 2; and P'_2 is similar to what we got by blocking hole 1. So there is *not* any complicated business like going through both holes. When we watch them, the electrons come through just as we would expect them to come through. Whether the holes are closed or open, those which

vediamo arrivare attraverso il foro 1 sono distribuiti nello stesso modo, indipendentemente dalla situazione del foro 2.

Ma un momento! Cosa otteniamo *ora* per la probabilità *totale*, cioè la probabilità che un elettrone arrivi al rivelatore con un cammino qualsiasi? Noi conosciamo già questo risultato. Basta fingere di non avere mai osservato i lampi di luce, e sommare insieme i conteggi del rivelatore che avevamo separato nelle due colonne. *Dobbiamo semplicemente sommare* i numeri. Per la probabilità che un elettrone giunga sulla parete di fondo passando attraverso un foro *qualsiasi*, troviamo $P'_{12} = P_1 + P_2$. Così, pur essendo riusciti ad osservare attraverso quale dei fori passano i nostri elettroni, non otteniamo più la vecchia curva di interferenza P_{12} , ma una nuova, P'_{12} , che non mostra traccia di interferenza! Se si spegne la luce si ritrova P_{12} .

Dobbiamo concludere che la distribuzione degli elettroni sullo schermo *quando li osserviamo* è differente da quella quando non li osserviamo. Che sia l'accensione della sorgente di luce che disturba le cose? Deve essere il fatto che gli elettroni sono molto delicati, e la luce, nell'essere diffusa dagli elettroni, dà loro un colpo che ne fa mutare il movimento. Sappiamo che il campo elettrico della luce, agendo su di una carica, esercita una forza su di essa. Forse ci *dovrebbe* effettivamente essere dunque una differenza nel moto. Ad ogni modo, la luce esercita una grande influenza sugli elettroni. Tentando di "guardare" gli elettroni ne abbiamo cambiato il movimento. Precisamente, l'urto subito dall'elettrone, nel deviare il fotone, ne modifica talmente il moto, da far sì che l'elettrone che sarebbe andato a finire dove la curva P_{12} ha un massimo, si posi invece dove P_{12} ha un minimo; per questo non vediamo più gli effetti ondulatori di interferenza.

Voi starete pensando: "Non usare una sorgente così forte! Abbassa la luce! Le onde luminose saranno così più deboli e non disturberanno tanto gli elettroni. Rendendo sempre più fiavole la luce, alla fine le onde saranno abbastanza sicuramente deboli da avere un effetto trascurabile." Benissimo. Proviamo. La prima cosa che si osserva è che i lampi di luce diffusi dagli elettroni al loro passaggio *non* diventano più deboli. *I lampi sono sempre uguali*. L'unica differenza che si ottiene affievolendo la luce è che qualche volta udiamo un "clic" del rivelatore, ma non vediamo *alcun lampo*. L'elettrone passa senza essere "visto." Ciò di cui ci stiamo rendendo conto è che *anche* la luce si comporta come gli elettroni; *sapevamo* che era "ad onde," ma adesso troviamo che è anche "a corpuscoli." Essa arriva sempre — oppure è diffusa — in grani che chiamiamo "fotoni." Quando diminuiamo l'intensità della sorgente luminosa, non cambiamo le dimensioni dei fotoni, ma solo il ritmo con cui essi sono emessi. Ciò spiega perchè, quando la nostra sorgente è debole, alcuni elettroni passano senza essere visti. È successo che non c'era un fotone mentre l'elettrone passava.

Questo è un pò scoraggiante. Se è vero che ogni volta che "vediamo" un elettrone, vediamo un lampo delle stesse dimensioni, allora gli elettroni che osserviamo sono *sempre* quelli disturbati. Tuttavia facciamo l'esperimento con una luce debole. Adesso ogni volta che udiamo un conteggio del rivelatore facciamo un segno in una di tre colonne: in Colonna (1) segniamo gli elettroni visti passare attraverso il foro 1, in Colonna (2) quelli visti attraverso il foro 2, ed in Colonna (3) quelli che non sono stati visti affatto. Quando elaboriamo i nostri dati (calcolando le probabilità) troviamo questi risultati: Quelli "visti attraverso il foro 1" hanno una distribuzione come P'_1 ; quelli "visti attraverso il foro 2" hanno una distribuzione come P'_2 (cosicché quelli "visti attraverso

we see come through hole 1 are distributed in the same way whether hole 2 is open or closed.

But wait! What do we have *now* for the *total* probability, the probability that an electron will arrive at the detector by any route? We already have that information. We just pretend that we never looked at the light flashes, and we lump together the detector clicks which we have separated into the two columns. We *must* just *add* the numbers. For the probability that an electron will arrive at the backstop by passing through *either* hole, we do find $P'_{12} = P_1 + P_2$. That is, although we succeeded in watching which hole our electrons come through, we no longer get the old interference curve P_{12} , but a new one, P'_{12} , showing no interference! If we turn out the light P_{12} is restored.

We must conclude that *when we look at the electrons* the distribution of them on the screen is different than when we do not look. Perhaps it is turning on our light source that disturbs things? It must be that the electrons are very delicate, and the light, when it scatters off the electrons, gives them a jolt that changes their motion. We know that the electric field of the light acting on a charge will exert a force on it. So perhaps we *should* expect the motion to be changed. Anyway, the light exerts a big influence on the electrons. By trying to "watch" the electrons we have changed their motions. That is, the jolt given to the electron when the photon is scattered by it is such as to change the electron's motion enough so that if it *might* have gone to where P_{12} was at a maximum it will instead land where P_{12} was a minimum; that is why we no longer see the wavy interference effects.

You may be thinking: "Don't use such a bright source! Turn the brightness down! The light waves will then be weaker and will not disturb the electrons so much. Surely, by making the light dimmer and dimmer, eventually the wave will be weak enough that it will have a negligible effect." O.K. Let's try it. The first thing we observe is that the flashes of light scattered from the electrons as they pass by does *not* get weaker. *It is always the same-sized flash*. The only thing that happens as the light is made dimmer is that sometimes we hear a "click" from the detector but see *no flash at all*. The electron has gone by without being "seen." What we are observing is that light *also* acts like electrons, we *knew* that it was "wavy," but now we find that it is also "lumpy." It *always* arrives—or is scattered—in lumps that we call "photons." As we turn down the *intensity* of the light source we do not change the *size* of the photons, only the *rate* at which they are emitted. *That* explains why, when our source is dim, some electrons get by without being seen. There did not happen to be a photon around at the time the electron went through.

This is all a little discouraging. If it is true that whenever we "see" the electron we see the same-sized flash, then those electrons we see are *always* the disturbed ones. Let us try the experiment with a dim light anyway. Now whenever we hear a click in the detector we will keep a count in three columns: in Column (1) those electrons seen by hole 1, in Column (2) those electrons seen by hole 2, and in Column (3) those electrons not seen at all. When we work up our data (computing the probabilities) we find these results: Those "seen by hole 1" have a distribution like P'_1 ; those "seen by hole 2" have a distribution like P'_2 (so that those "seen by

il foro 1 oppure 2" hanno una distribuzione come P'_{12} ; e quelli "non visti affatto" hanno una distribuzione "tipo onda" proprio come P_{12} di Fig. 1-3! *Se gli elettroni non si vedono, si ha interferenza!*

Ciò è comprensibile. Quando non vediamo un elettrone, nessun fotone lo perturba, mentre quando lo vediamo, un fotone lo ha disturbato. Si ha sempre un'identica alterazione perchè i fotoni di luce producono effetti di uguali dimensioni e il risultato della diffusione dei fotoni è sufficiente ad appianare ogni effetto di interferenza.

Non c'è qualche modo di vedere gli elettroni senza disturbarli? Abbiamo imparato in un precedente capitolo che l'impulso trasportato da un "fotone" è inversamente proporzionale alla sua lunghezza d'onda ($p = h/\lambda$). Certamente la spinta che l'elettrone riceve, quando il fotone è diffuso verso il nostro occhio, dipende dall'impulso portato dal fotone. Aha! Se volevamo disturbare l'elettrone solo leggermente non avremmo dovuto abbassare l'intensità della luce, ma la sua frequenza (che è la stessa cosa che aumentare la sua lunghezza d'onda). Usiamo una luce più rossa. Potremmo anche usare luce infrarossa, o onde radio (come il radar), e "guardare" per dove passa l'elettrone con l'aiuto di qualche apparecchio capace di "vedere" luce di queste lunghezze d'onda maggiori. Se usiamo una luce più "delicata" forse riusciremo a non perturbare così tanto gli elettroni.

Rifacciamo l'esperienza con onde più lunghe. Seguiranno a ripetere il nostro esperimento, ogni volta con luce di maggiore lunghezza d'onda. Al principio, nulla sembra cambiare. I risultati sono gli stessi. Poi una cosa terribile accade. Vi ricorderete che quando abbiamo discusso il microscopio, abbiamo rilevato che, a causa della *natura ondulatoria* della luce, vi è una limitazione per la distanza minima di due punti affinché possano essere visti ancora come punti separati. Questa distanza è dell'ordine della lunghezza d'onda della luce. Così adesso, non appena rendiamo la lunghezza d'onda della luce maggiore della distanza dei nostri fori, vediamo un *grosso* lampo sfuocato quando la luce è diffusa dagli elettroni. Non possiamo più dire attraverso quale foro è passato l'elettrone! Sappiamo solo che è passato da qualche parte! Ed è proprio con luce di questo colore che troviamo che le spinte ricevute dall'elettrone sono abbastanza piccole da rendere P'_{12} simile a P_{12} , cioè da cominciare ad ottenere effetti di interferenza. Ed è solo per lunghezze d'onda molto maggiori della separazione dei due fori (allorché non abbiamo più alcuna possibilità di dire da dove è passato l'elettrone) che l'alterazione dovuta alla luce diviene abbastanza piccola da riottenere la curva P_{12} di Fig. 1-3.

Con il nostro esperimento troviamo che è impossibile scegliere la luce in modo tale da poter dire attraverso quale foro è passato l'elettrone, e allo stesso tempo non perturbarne la distribuzione. Fu suggerito da Heisenberg che le allora nuove leggi della natura potevano risultare coerenti solo se esisteva una basilare limitazione nelle nostre possibilità sperimentali, non riconosciuta precedentemente. Egli propose, come principio generale, il suo *principio di indeterminazione*, che noi possiamo enunciare come segue riferendoci al nostro esperimento: "È impossibile costruire un apparecchio per determinare da quale foro è passato l'elettrone, che allo stesso tempo non perturbi l'elettrone sufficientemente da distruggere l'interferenza." Se un apparecchio è capace di determinare da quale foro è passato l'elettrone, non può essere così delicato da non alterarne in modo essenziale la distribuzione. Nessuno ha mai trovato (né immaginato) un modo di sfuggire al

either hole 1 or 2" have a distribution like P'_{12} ; and those "not seen at all" have a "wavy" distribution just like P_{12} of Fig. 1-3! *If the electrons are not seen, we have interference!*

That is understandable. When we do not see the electron, no photon disturbs it, and when we do see it, a photon has disturbed it. There is always the same amount of disturbance because the light photons all produce the same-sized effects and the effect of the photons being scattered is enough to smear out any interference effect.

Is there not some way we can see the electrons without disturbing them? We learned in an earlier chapter that the momentum carried by a "photon" is inversely proportional to its wavelength ($p = h/\lambda$). Certainly the jolt given to the electron when the photon is scattered toward our eye depends on the momentum that photon carries. Aha! If we want to disturb the electrons only slightly we should not have lowered the intensity of the light, we should have lowered its frequency (the same as increasing its wavelength). Let us use light of a redder color. We could even use infrared light, or radiowaves (like radar), and "see" where the electron went with the help of some equipment that can "see" light of these longer wavelengths. If we use "gentler" light perhaps we can avoid disturbing the electrons so much.

Let us try the experiment with longer waves. We shall keep repeating our experiment, each time with light of a longer wavelength. At first, nothing seems to change. The results are the same. Then a terrible thing happens. You remember that when we discussed the microscope we pointed out that, due to the *wave nature* of the light, there is a limitation on how close two spots can be and still be seen as two separate spots. This distance is of the order of the wavelength of light. So now, when we make the wavelength longer than the distance between our holes, we see a *big* fuzzy flash when the light is scattered by the electrons. We can no longer tell which hole the electron went through! We just know it went somewhere! And it is just with light of this color that we find that the jolts given to the electron are small enough so that P'_{12} begins to look like P_{12} —that we begin to get some interference effect. And it is only for wavelengths much longer than the separation of the two holes (when we have no chance at all of telling where the electron went) that the disturbance due to the light gets sufficiently small that we again get the curve P_{12} shown in Fig. 1-3.

In our experiment we find that it is impossible to arrange the light in such a way that one can tell which hole the electron went through, and at the same time not disturb the pattern. It was suggested by Heisenberg that the then new laws of nature could only be consistent if there were some basic limitation on our experimental capabilities not previously recognized. He proposed, as a general principle, his *uncertainty principle*, which we can state in terms of our experiment as follows: "It is impossible to design an apparatus to determine which hole the electron passes through, that will not at the same time disturb the electrons enough to destroy the interference pattern." If an apparatus is capable of determining which hole the electron goes through, it *cannot* be so delicate that it does not disturb the pattern in an essential way. No one has ever found (or even thought of) a way around the

principio di indeterminazione. Così noi dobbiamo ammettere che esso rappresenti una caratteristica fondamentale della natura.

L'intera teoria della meccanica quantistica che noi adesso usiamo per descrivere gli atomi, e quindi tutta la materia, dipende dalla correttezza del principio di indeterminazione. Poichè la meccanica quantistica è una teoria che ha avuto così tanti successi, la nostra fiducia nel principio di indeterminazione è rafforzata. Ma se si dovesse scoprire un modo di "demolire" il principio di indeterminazione, la meccanica quantistica darebbe risultati incoerenti e non potrebbe più essere considerata come una valida teoria della natura.

"Ebbene," voi direte, "cosa ne è della Proposizione A? È vero, o *non* è vero, che l'elettrone passa o attraverso il foro 1 oppure attraverso il foro 2?" La sola risposta che si può dare è che l'esperienza ci insegna che per non incorrere in contraddizioni è necessario ragionare in un certo modo speciale. Ciò che dobbiamo dire (per evitare di fare predizioni errate) è quanto segue. Se si guardano i fori o, più precisamente, se si ha un apparecchio che è capace di determinare se gli elettroni passano attraverso il foro 1 o il foro 2, allora si *può* dire attraverso quale foro è passato ciascun elettrone. *Ma*, quando *non* si prova a determinare da che parte passa l'elettrone, quando non c'è niente nell'esperimento che perturbi l'elettrone, allora *non* si può dire se l'elettrone passa attraverso il foro 1 oppure il foro 2. Se si afferma ciò, e lo si prende come punto di partenza per una qualsiasi deduzione, si farà degli errori nella propria analisi. Questa, dal punto di vista logico, è la fune sulla quale dobbiamo camminare se vogliamo descrivere la natura con successo.

Se il moto di tutta la materia — come degli elettroni — deve essere descritto in termini di onde, cosa possiamo dire per i proiettili del nostro primo esperimento? Perchè non abbiamo visto frange di interferenza in quel caso? Si trova che, per le pallottole, le lunghezze d'onda erano così piccole da rendere le frange d'interferenza molto sottili e fitte. Così fitte, in realtà, da non poter distinguere con nessun rivelatore di dimensioni finite i vari massimi e minimi. Quello che abbiamo osservato era solo una sorta di media, che è la curva classica. In Fig. 1-5 abbiamo provato ad indicare schematicamente ciò che accade con oggetti di grandi dimensioni. La parte (a) della figura mostra la distribuzione di probabilità per i proiettili come la si può calcolare dalla meccanica quantistica. Le rapide oscillazioni sono intese a rappresentare

$$P_{12} \text{ (smoothed)} = P_{12} \text{ (mediata)}$$

Fig. 1-5. Figura di interferenza con proiettili: (a) effettiva (schematizzata), (b) osservata.

uncertainty principle. So we must assume that it describes a basic characteristic of nature.

The complete theory of quantum mechanics which we now use to describe atoms and, in fact, all matter, depends on the correctness of the uncertainty principle. Since quantum mechanics is such a successful theory, our belief in the uncertainty principle is reinforced. But if a way to "beat" the uncertainty principle were ever discovered, quantum mechanics would give inconsistent results and would have to be discarded as a valid theory of nature.

"Well," you say, "what about Proposition A? Is it true, or is it *not* true, that the electron either goes through hole 1 or it goes through hole 2?" The only answer that can be given is that we have found from experiment that there is a certain special way that we have to think in order that we do not get into inconsistencies. What we must say (to avoid making wrong predictions) is the following. If one looks at the holes or, more accurately, if one has a piece of apparatus which is capable of determining whether the electrons go through hole 1 or hole 2, then one *can* say that it goes either through hole 1 or hole 2. *But*, when one does *not* try to tell which way the electron goes, when there is nothing in the experiment to disturb the electrons, then one may *not* say that an electron goes either through hole 1 or hole 2. If one does say that, and starts to make any deductions from the statement, he will make errors in the analysis. This is the logical tightrope on which we must walk if we wish to describe nature successfully.

If the motion of all matter—as well as electrons—must be described in terms of waves, what about the bullets in our first experiment? Why didn't we see an interference pattern there? It turns out that for the bullets the wavelengths were so tiny that the interference patterns became very fine. So fine, in fact, that with any detector of finite size one could not distinguish the separate maxima and minima. What we saw was only a kind of average, which is the classical curve. In Fig. 1-5 we have tried to indicate schematically what happens with large-scale objects. Part (a) of the figure shows the probability distribution one might predict for bullets, using quantum mechanics. The rapid wiggles are supposed to represent

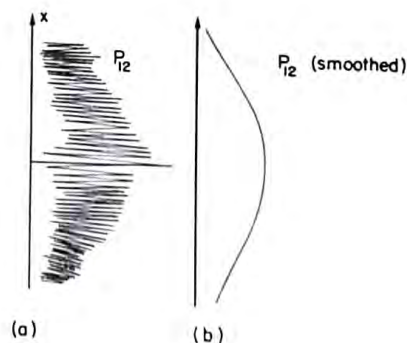


Fig. 1-5. Interference pattern with bullets: (a) actual (schematic), (b) observed.

lo schema di interferenza che si ottiene per onde di lunghezza d'onda molto piccola. Ogni rivelatore fisicamente realizzabile, tuttavia, media diverse oscillazioni della curva di probabilità, di modo che la misura riproduce la curva continua disegnata nella parte (b) della figura.

1-7 Principi base della meccanica quantistica

Scriveremo adesso un sommario delle conclusioni principali dei nostri esperimenti. Porremo, tuttavia, i risultati in una forma che li rende veri per una classe più generale di tali esperienze. Possiamo stendere il nostro sommario più semplicemente se prima definiamo come "esperimento ideale" quello in cui non c'è alcuna influenza esterna imprecisata; cioè, non deve esserci alcuna vibrazione o altro di cui non sappiamo tener conto. Per essere del tutto precisi bisognerebbe dire: "un esperimento ideale è un esperimento in cui tutte le condizioni iniziali e finali sono completamente specificate." Ciò che designeremo come "un evento" è, in generale, proprio un insieme particolare di condizioni iniziali e finali. (Per esempio: "un elettrone parte dalla sorgente, raggiunge il rivelatore, e non accade niente altro.") E veniamo adesso al sommario.

SOMMARIO

- (1) La probabilità di un evento in un esperimento ideale è data dal quadrato del modulo di un numero complesso ϕ che vien detto l'ampiezza di probabilità:

$$\begin{aligned} P &= \text{probabilità,} \\ \phi &= \text{ampiezza di probabilità,} \\ P &= |\phi|^2. \end{aligned} \quad (1.6)$$

- (2) Quando un evento può avvenire secondo varie alternative, l'ampiezza di probabilità per l'evento è la somma delle ampiezze di probabilità per le varie alternative considerate separatamente. Si ha perciò interferenza:

- (3) Se si effettua un'esperienza capace di determinare se una o l'altra delle possibili alternative è effettivamente realizzata, la probabilità per l'evento è la somma delle probabilità per ciascuna delle alternative. Non si ha più interferenza:

Qualcuno potrebbe ancora domandare: "Come funziona tutto ciò? Qual'è il meccanismo che sta dietro a questa legge?" Nessuno ha mai trovato un tale meccanismo. Nessuno può "spiegare" niente di più di quanto abbiamo "spiegato" noi. Nessuno vi saprà dare una rappresentazione più approfondita della situazione. Non abbiamo idea di un meccanismo più fondamentale da cui questi risultati possano essere dedotti.

Vogliamo sottolineare una differenza molto importante tra la meccanica classica e quella quantistica. Abbiamo parlato di probabilità che in una data situazione un elettrone arrivi. Abbiamo con ciò voluto implicare che con il nostro dispositivo sperimentale (anche con il migliore possibile) non siamo in grado di predire

the interference pattern one gets for waves of very short wavelength. Any physical detector, however, straddles several wiggles of the probability curve, so that the measurements show the smooth curve drawn in part (b) of the figure.

1-7 First principles of quantum mechanics

We will now write a summary of the main conclusions of our experiments. We will, however, put the results in a form which makes them true for a general class of such experiments. We can write our summary more simply if we first define an "ideal experiment" as one in which there are no uncertain external influences, i.e., no jiggling or other things going on that we cannot take into account. We would be quite precise if we said: "An ideal experiment is one in which all of the initial and final conditions of the experiment are completely specified." What we will call "an event" is, in general, just a specific set of initial and final conditions. (For example: "an electron leaves the gun, arrives at the detector, and nothing else happens.") Now for our summary.

SUMMARY

- (1) The probability of an event in an ideal experiment is given by the square of the absolute value of a complex number ϕ which is called the probability amplitude:

$$\begin{aligned} P &= \text{probability,} \\ \phi &= \text{probability amplitude,} \\ P &= |\phi|^2. \end{aligned} \quad (1.6)$$

- (2) When an event can occur in several alternative ways, the probability amplitude for the event is the sum of the probability amplitudes for each way considered separately. There is interference:

$$\begin{aligned} \phi &= \phi_1 + \phi_2, \\ P &= |\phi_1 + \phi_2|^2. \end{aligned} \quad (1.7)$$

- (3) If an experiment is performed which is capable of determining whether one or another alternative is actually taken, the probability of the event is the sum of the probabilities for each alternative. The interference is lost:

$$P = P_1 + P_2. \quad (1.8)$$

One might still like to ask: "How does it work? What is the machinery behind the law?" No one has found any machinery behind the law. No one can "explain" any more than we have just "explained." No one will give you any deeper representation of the situation. We have no ideas about a more basic mechanism from which these results can be deduced.

We would like to emphasize a very important difference between classical and quantum mechanics. We have been talking about the probability that an electron will arrive in a given circumstance. We have implied that in our experimental arrangement (or even in the best possible one) it would be impossible to predict

esattamente ciò che accadrà. Possiamo solo dare delle probabilità! Se ciò è vero, ne segue che la fisica deve rinunciare all'idea di voler prevedere esattamente ciò che accadrà in una data situazione. Sì! La fisica vi ha rinunciato. *Non sappiamo prevedere ciò che accadrà in una data situazione*, anzi adesso crediamo che ciò sia impossibile, e che l'unica cosa che siamo in grado di prevedere è la probabilità di eventi differenti. Si deve riconoscere che questo è un ripiegamento rispetto al nostro antico ideale di comprensione della natura. Può darsi che sia un passo indietro, ma nessuno ha trovato il modo di evitarlo.

Facciamo adesso qualche considerazione su una proposta che è stata avanzata più volte per cercare di evitare la descrizione che abbiamo data: "Forse l'elettrone ha qualche strano meccanismo dentro di sé, qualche variabile interna, che noi ancora non conosciamo. Forse questa è la ragione per cui non possiamo prevedere ciò che avverrà. Se potessimo guardare più da vicino l'elettrone, saremmo in grado di dire dove andrà a finire." Per quel che ne sappiamo, ciò è impossibile. Ci sarebbero ancora delle difficoltà. Supponiamo di essere portati ad assumere che dentro l'elettrone vi sia un qualche meccanismo che determini dove questo andrà a finire. Questo meccanismo deve *anche* fissare per quale foro esso andrà a passare nella sua traiettoria. Ma non dobbiamo dimenticare che ciò che è dentro l'elettrone non può dipendere da ciò che *noi* facciamo, ed in particolare dal nostro aprire o chiudere uno dei fori. Perciò, se un elettrone, prima di partire, ha già deciso (a) quale foro userà, e (b) dove andrà a finire, dovremmo trovare P_1 per quegli elettroni che hanno scelto il foro 1, P_2 per quelli che hanno scelto il foro 2, e *necessariamente* la somma $P_1 + P_2$ per quelli che arrivano attraverso i due fori. Non sembrano esistere altre alternative. Ma noi abbiamo verificato sperimentalmente che ciò non è vero. E nessuno è riuscito ad immaginare una soluzione per questo enigma. Perciò oggi dobbiamo limitarci a calcolare probabilità. Diciamo "oggi," ma sospettiamo molto fortemente che questo stato di cose ci accompagnerà sempre, che sia impossibile risolvere questo enigma, che questo sia il vero *modo di essere* della natura.

1-8 Il principio di indeterminazione

La formulazione originale di Heisenberg del principio di indeterminazione è la seguente: Se eseguendo la misura per un oggetto qualsiasi, si riesce a determinare la componente x del suo impulso con una incertezza Δp , non si può, contemporaneamente, conoscere la sua coordinata x di posizione, con una precisione maggiore di $\Delta x = h/\Delta p$, dove h è un ben definito numero fisso, assegnato dalla natura. Esso è detto "costante di Planck," ed è approssimativamente uguale a 6.63×10^{-34} joule-secondi. Le incertezze nella posizione e nell'impulso, ad ogni istante, debbono avere prodotto maggiore della costante di Planck. Questo è un caso particolare del principio di indeterminazione che è stato formulato precedentemente in forma più generale. La formulazione più generale affermava che non si possono costruire apparecchi in grado di stabilire quale di due alternative è realizzata, senza, allo stesso tempo, distruggere le frange di interferenza.

Mostriamo in un caso particolare che il tipo di relazione data da Heisenberg deve essere valida al fine di evitare di trovarsi nei pasticci. Immaginiamo una modifica dell'esperimento di Fig. 1-3, in cui lo schermo con i fori è costituito da una lamina montata su cuscinetti in modo da potersi muovere liberamente in su e in giù (in direzione dell'asse x),

exactly what would happen. We can only predict the odds! This would mean, if it were true, that physics has given up on the problem of trying to predict exactly what will happen in a definite circumstance. Yes! physics *has* given up. *We do not know how to predict what would happen in a given circumstance*, and we believe now that it is impossible—that the only thing that can be predicted is the probability of different events. It must be recognized that this is a retrenchment in our earlier ideal of understanding nature. It may be a backward step, but no one has seen a way to avoid it.

We make now a few remarks on a suggestion that has sometimes been made to try to avoid the description we have given: "Perhaps the electron has some kind of internal works—some inner variables—that we do not yet know about. Perhaps that is why we cannot predict what will happen. If we could look more closely at the electron, we could be able to tell where it would end up." So far as we know, that is impossible. We would still be in difficulty. Suppose we were to assume that inside the electron there is some kind of machinery that determines where it is going to end up. That machine must *also* determine which hole it is going to go through on its way. But we must not forget that what is inside the electron should not be dependent on what we do, and in particular upon whether we open or close one of the holes. So if an electron, before it starts, has already made up its mind (a) which hole it is going to use, and (b) where it is going to land, we should find P_1 for those electrons that have chosen hole 1, P_2 for those that have chosen hole 2, and *necessarily* the sum $P_1 + P_2$ for those that arrive through the two holes. There seems to be no way around this. But we have verified experimentally that that is not the case. And no one has figured a way out of this puzzle. So at the present time we must limit ourselves to computing probabilities. We say "at the present time," but we suspect very strongly that it is something that will be with us forever—that it is impossible to beat that puzzle—that this is the way nature really is.

1-8 The uncertainty principle

This is the way Heisenberg stated the uncertainty principle originally: If you make the measurement on any object, and you can determine the x -component of its momentum with an uncertainty Δp , you cannot, at the same time, know its x -position more accurately than $\Delta x = h/\Delta p$, where h is a definite fixed number given by nature. It is called "Planck's constant," and is approximately 6.63×10^{-34} joule-seconds. The uncertainties in the position and momentum of a particle at any instant must have their product greater than Planck's constant. This is a special case of the uncertainty principle that was stated above more generally. The more general statement was that one cannot design equipment in any way to determine which of two alternatives is taken, without, at the same time, destroying the pattern of interference.

Let us show for one particular case that the kind of relation given by Heisenberg must be true in order to keep from getting into trouble. We imagine a modification of the experiment of Fig. 1-3, in which the wall with the holes consists of a plate mounted on rollers so that it can move freely up and down (in the x -direction).

Electron gun = Cannoncino elettronico
 Motion free = Libertà di movimento
 Rollers = Cuscinetti
 Wall = Parete
 Detector = Rivelatore
 Backstop = Tabellone

Fig. 1-6. Un'esperienza in cui si misura il rinculo della parete.

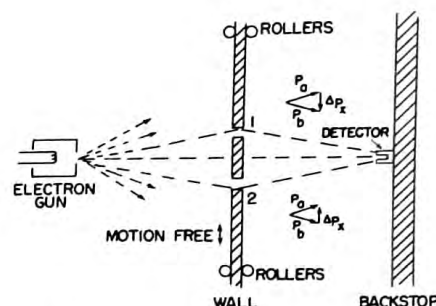


Fig. 1-6. An experiment in which the recoil of the wall is measured.

come è mostrato in Fig. 1-6. Osservando attentamente il moto della lamina possiamo provare a determinare attraverso quale foro passa un elettrone. Immaginate infatti cosa accade quando il rivelatore è posto in $x = 0$. Ci dobbiamo aspettare che un elettrone che passa per il foro 1 debba essere deflesso verso il basso dalla lamina per poter arrivare al rivelatore. Poiché la componente verticale dell'impulso dell'elettrone è variata, la lamina deve muoversi in direzione opposta con lo stesso impulso. La lamina riceverà quindi una spinta verso l'alto. Se invece l'elettrone passa attraverso il foro inferiore, la lamina dovrebbe subire una spinta verso il basso. È chiaro che per ogni posizione del rivelatore, l'impulso ricevuto dalla lamina avrà un valore differente a seconda che l'elettrone attraversi il foro 1 o il foro 2. Proprio così! Senza *per nulla* perturbare gli elettroni, ma solo osservando *la lamina*, possiamo determinare il percorso scelto dall'elettrone.

Ma per fare questo occorre conoscere l'impulso dello schermo, prima che l'elettrone lo attraversi. Cosicché quando misuriamo l'impulso dopo il passaggio dell'elettrone, possiamo ricostruire di quanto è variato l'impulso della lamina. Ma ricordiamoci che, in base al principio di indeterminazione, non possiamo allo stesso tempo conoscere con una precisione arbitraria la posizione della lamina. Ma se non sappiamo esattamente *dove* sia la lamina, non sappiamo neppure dire con precisione dove siano i due fori. Essi saranno in diverse posizioni per ogni elettrone che li attraversi. Questo significa che il centro delle frange di interferenza avrà una posizione differente per i vari elettroni. Le oscillazioni del grafico di interferenza tenderanno ad appiattirsi. Dimostreremo quantitativamente nel prossimo capitolo che, se determiniamo l'impulso della lamina con precisione sufficiente a determinare, mediante l'osservazione del rimbalzo, quale foro è stato attraversato, allora l'incertezza sulla coordinata x della lamina sarà, secondo il principio di indeterminazione, sufficiente a fare oscillare su e giù lungo l'asse x le frange di interferenza, osservate con il rivelatore, di un tratto circa uguale alla distanza da un massimo al minimo più prossimo. Un tale movimento, che avviene a caso, è giusto sufficiente a distruggere le oscillazioni del grafico e quindi a far sì che non si osservi più interferenza.

Il principio di indeterminazione "sta a difesa" della meccanica quantistica. Heisenberg riconobbe che, se fosse possibile misurare simultaneamente impulso e posizione con una maggiore accuratezza, la meccanica quantistica crollerebbe. Perciò avanzò l'ipotesi che fosse impossibile. Allora la gente si mise a tavolino cercando di inventare maniere di farlo, ma nessuno ha mai trovato un modo di misurare la posizione e l'impulso di un oggetto qualsiasi — uno schermo, un elettrone, una palla da biliardo, o altro — con maggiore precisione. La meccanica quantistica continua la sua pericolosa ma tuttora giustificata esistenza.

as shown in Fig. 1-6. By watching the motion of the plate carefully we can try to tell which hole an electron goes through. Imagine what happens when the detector is placed at $x = 0$. We would expect that an electron which passes through hole 1 must be deflected downward by the plate to reach the detector. Since the vertical component of the electron momentum is changed, the plate must recoil with an equal momentum in the opposite direction. The plate will get an upward kick. If the electron goes through the lower hole, the plate should feel a downward kick. It is clear that for every position of the detector, the momentum received by the plate will have a different value for a traversal via hole 1 than for a traversal via hole 2. So! Without disturbing the electrons *at all*, but just by watching the *plate*, we can tell which path the electron used.

Now in order to do this it is necessary to know what the momentum of the screen is, before the electron goes through. So when we measure the momentum after the electron goes by, we can figure out how much the plate's momentum has changed. But remember, according to the uncertainty principle we cannot at the same time know the position of the plate with an arbitrary accuracy. But if we do not know exactly *where* the plate is, we cannot say precisely where the two holes are. They will be in a different place for every electron that goes through. This means that the center of our interference pattern will have a different location for each electron. The wiggles of the interference pattern will be smeared out. We shall show quantitatively in the next chapter that if we determine the momentum of the plate sufficiently accurately to determine from the recoil measurement which hole was used, then the uncertainty in the x -position of the plate will, according to the uncertainty principle, be enough to shift the pattern observed at the detector up and down in the x -direction about the distance from a maximum to its nearest minimum. Such a random shift is just enough to smear out the pattern so that no interference is observed.

The uncertainty principle "protects" quantum mechanics. Heisenberg recognized that if it were possible to measure the momentum and the position simultaneously with a greater accuracy, the quantum mechanics would collapse. So he proposed that it must be impossible. Then people sat down and tried to figure out ways of doing it, and nobody could figure out a way to measure the position and the momentum of anything—a screen, an electron, a billiard ball, anything—with any greater accuracy. Quantum mechanics maintains its perilous but still correct existence.