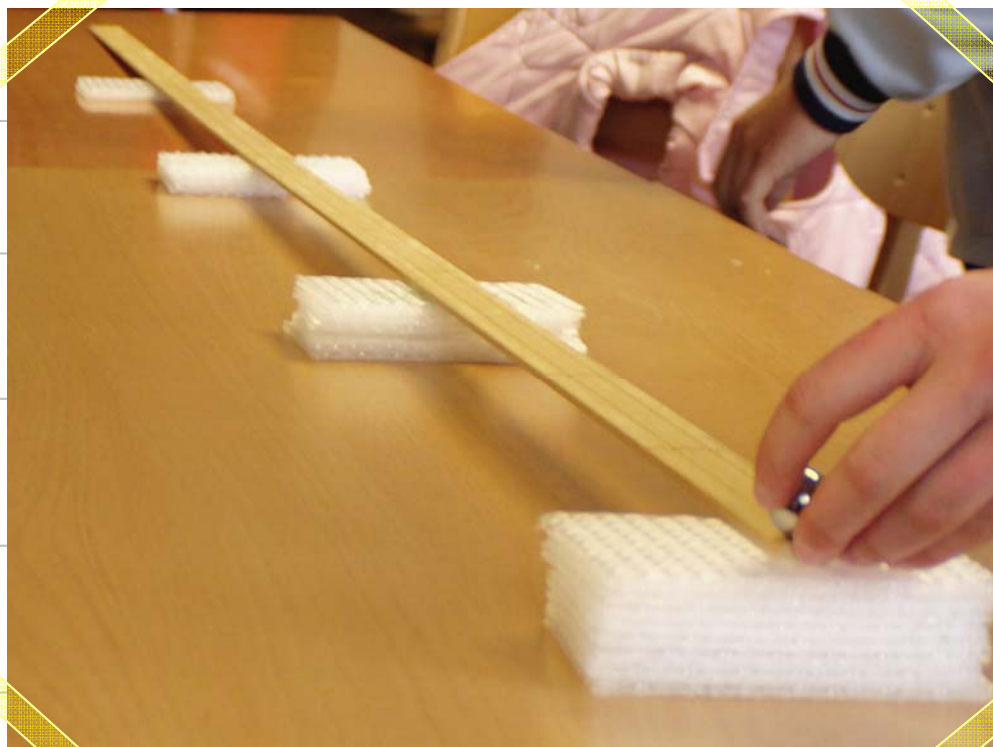


il piano inclinato

Versione Bozza



di Beniamino Danese

SCIENZE SUL BANCO CON OGGETTI SEMPLICI

il progetto

Il progetto è coordinato dall'IPRASE e dal Dipartimento di Fisica dell'Università di Trento insieme ad alcuni insegnanti.

Finora, attraverso una sperimentazione in varie classi condotta dal dottorando Beniamino Danese insieme ad alcuni insegnanti, sono stati messi a punto materiali ed esperienze che ci sembrano molto utili in elettromagnetismo, moto e chimica.

Questi materiali formano ora dei kit che vengono proposti a un gruppo di insegnanti di scienze e tecnologia perché possano usarli in prima persona nelle loro lezioni, nell'anno scolastico 2007-2008.

due attenzioni di metodo

Il punto centrale della proposta consiste nell'organizzare le lezioni intorno a oggetti e piccoli esperimenti che i ragazzi possono fare sul proprio banco o a coppie/piccoli gruppi.

L'altra attenzione di metodo che si intende sottolineare è quella della narrazione.

Oltre alla proposta di unità didattica, o lezione, in questo libricino per l'insegnante viene presentato un *surplus* di materiale, come sfondo culturale/disciplinare, e come punto di partenza per nuove idee e attività.

indice

- Il Piano Inclinato / Introduzione	2
o il nocciolo della lezione	2
o legami fondamentali, inquadramento dell'argomento	2
- Oggetti	4
o esperimento passo-passo	4
o dove trovare i materiali	8
- Fonti per la Narrazione e l'Approfondimento	9
o ... <i>si faceva in esso scendere una palla di bronzo durissimo, ben rotondata e pulita ...</i>	9
o La scuola di Merton	12
o Nicola Oresme	14

IL PIANO INCLINATO

INTRODUZIONE

nocciolo della lezione

La lezione ruota intorno all'esperienza del piano inclinato di Galileo, raccontata nella terza giornata dei Discorsi (1638).

In un regolo, o vogliàn dir corrente, di legno, lungo circa 12 braccia, e largo per un verso mezo braccio e per l'altro 3 dita, si era in questa minor larghezza incavato un canaletto, poco più largo d'un dito; tiratolo drittissimo, e, per averlo ben pulito e liscio, incollatovi dentro una carta pecora zannata e lustrata al possibile, si faceva in esso scendere una palla di bronzo durissimo, ben rotondata e pulita...

Gli studenti in gruppetti di tre realizzano con attenzione il piano inclinato. Questo esperimento famosissimo è un modo ingegnoso per osservare “al rallentatore” come aumenta la velocità di un corpo che cade. Perché la velocità aumenta continuamente. Con il cronometro (che ormai tutti hanno nel telefonino) gli studenti misurano i tempi impiegati dalla pallina a percorrere determinate distanze.

I dati possono essere usati in vari modi, a discrezione dell'insegnante: costruire tabelle e grafici, verificare relazioni tra spazi, tempi, velocità. In particolare, ciò che fece Galileo, verificare che gli spazi percorsi stanno tra loro come i quadrati dei tempi.

Legami fondamentali, inquadramento dell'argomento

La descrizione quantitativa e matematica del moto, basata su osservazioni ed esperimenti, è il nucleo della fisica, e la ragione più importante per cui Galileo Galilei è considerato il padre della scienza moderna.

Ma questo risultato (la descrizione quantitativa e matematica del moto basata su osservazioni ed esperimenti) richiese una lunga gestazione. La descrizione quantitativa e matematica del moto fu poi portata a compimento da Newton. Fu un processo dunque su cui si scervellarono per qualche secolo le menti più raffinate.

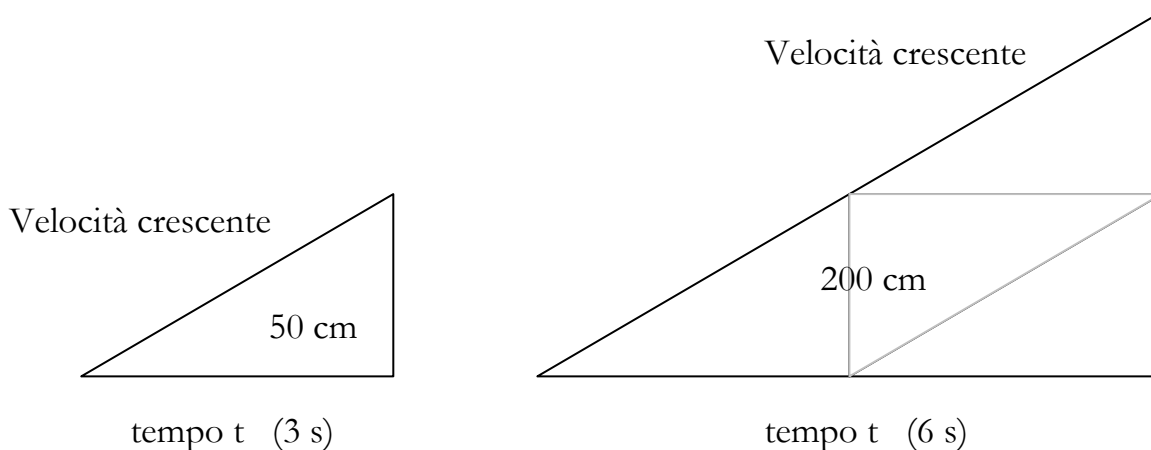
Il collegamento principale è con la matematica. Si possono usare le **medie**, per esempio per misurare il tempo necessario per percorrere tutta la lunghezza della cornice, facendo la media di più misure. Si possono usare le **proporzioni**, come fa Galileo, sulla percorrenza di tutta la cornice (*spazio₁*) e di un quarto di essa (*spazio₂*).

$$\frac{\text{spazio}_1}{\text{spazio}_2} = \frac{(\text{tempo}_1)^2}{(\text{tempo}_2)^2} \quad \text{per esempio} \quad \frac{200 \text{ cm}}{50 \text{ cm}} = \frac{(6 \text{ s})^2}{(3 \text{ s})^2}$$

Un'attenzione particolare va riservata alla notazione: si è facilmente portati ad aggiungere indici, ma le formule con indici ed elevamenti a potenza contemporaneamente sono quasi proibitive alle medie ed è meglio evitarle. Questa relazione, per esempio, si potrebbe riscrivere così

$$\frac{S}{s} = \frac{T^2}{t^2}$$

Si possono fare diverse **costruzioni geometriche**, con i triangoli, rettangoli e trapezi di area uguale, e osservazioni su **numeri e frazioni**. Per esempio (vedi disegno a pagina seguente) per percorrere il primo quarto della cornice la pallina impiega lo stesso tempo che per percorrere i successivi tre quarti. Le costruzioni geometriche permettono di visualizzare le relazioni quadratiche che non sono immediatamente intuitive. Così fece Nicola Oresme verso il 1350, con triangoli la cui base rappresenta il tempo e l'altezza la velocità. L'area risultante rappresenta lo spazio percorso.



Simili costruzioni intuitive (usate anche da Galileo) permettono di mostrare diverse relazioni, come quella che in un tempo doppio lo spazio percorso quadruplica (rappresentata nel disegno).

Si possono comunque costruire **tabelle** con i dati raccolti, e **grafici sul piano cartesiano**. Il piano cartesiano è la versione più evoluta e rigorosa di queste costruzioni. Ci si può costruire anche la parabola.

Un altro importante collegamento è con la seconda legge di Newton. La sfera non si muove di moto uniforme, ma accelera. Accelera costantemente. Pertanto, c'è una forza che agisce costantemente, la forza di gravità. La 2^a legge di Newton è una formula che lega forza F e accelerazione a . È una relazione di proporzionalità, e la costante di proporzionalità è la massa del corpo.

$$F = m \cdot a$$

Per via grafica, si può anche mostrare tramite la **regola del parallelogrammo** che il piano inclinato è “un trucchetto” per usare solo una piccola parte della forza di gravità. Così, l'accelerazione della sfera è minore rispetto ai corpi in caduta libera. È una specie di caduta libera al rallentatore.

Una suggestiva frase-provocazione dello storico Alexandre Koyré recita “La scienza è discesa sulla terra grazie al piano inclinato di Galileo Galilei”. La frase sottolinea, quantomeno, l'importante legame del piano inclinato con la storia della scienza. Per questo motivo si forniscono alcune fonti per la narrazione e l'approfondimento, forse non di immediato utilizzo didattico, ma certamente utili.

OGGETTI

l'esperimento passo per passo

i materiali in dotazione ad ogni gruppetto di studenti sono:

- una cornice di ramino grezzo, con due scanalature, lunga 230 cm.
- una sfera di acciaio, del diametro di 2 cm.
- filo da cucito
- cartone e sostegni per inclinare il piano (*altri sostegni possono essere realizzati dagli studenti stessi con libri o altro*)

gli studenti provvedono a

- un cronometro (in genere c'è nel telefonino), oppure una macchina fotografica digitale con la quale fare brevi filmati.
- un righello
- matite o penne

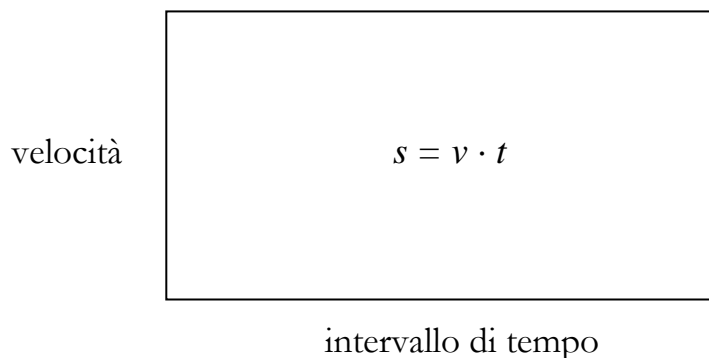
In generale, sulle cornici possono essere disegnate diverse tacche, per esempio ogni 50 cm, o ogni 25. Volendo si possono porre gomme o matite vicino alle tacche, a guisa di “pietre miliari”. Spesso i filmati con telefonini o macchine fotografiche infatti non hanno abbastanza risoluzione per visualizzare le righe sottili in modo chiaro, e questi oggetti possono essere d'aiuto.

I materiali, se lo si desidera, possono servire anche per la trattazione del moto uniforme. È sufficiente che il piano non sia inclinato, ma orizzontale.

(1) verifica del moto in piano (moto uniforme)

Può servire per rivedere $v = s/t$, $s = v t$

Secondo il metodo grafico di Oresme, il moto uniforme può essere rappresentato da un rettangolo la cui base rappresenta il tempo e la cui altezza rappresenta la velocità.

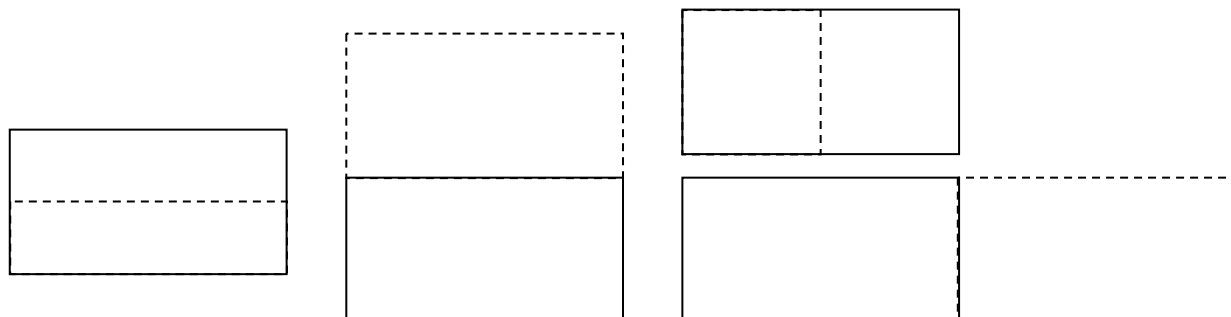


Detto rettangolo è la “configurazione del moto uniforme”. Con questo rettangolo si possono illustrare semplicemente diversi “teoremi” del moto uniforme.

- a velocità dimezzata si percorre metà dello spazio

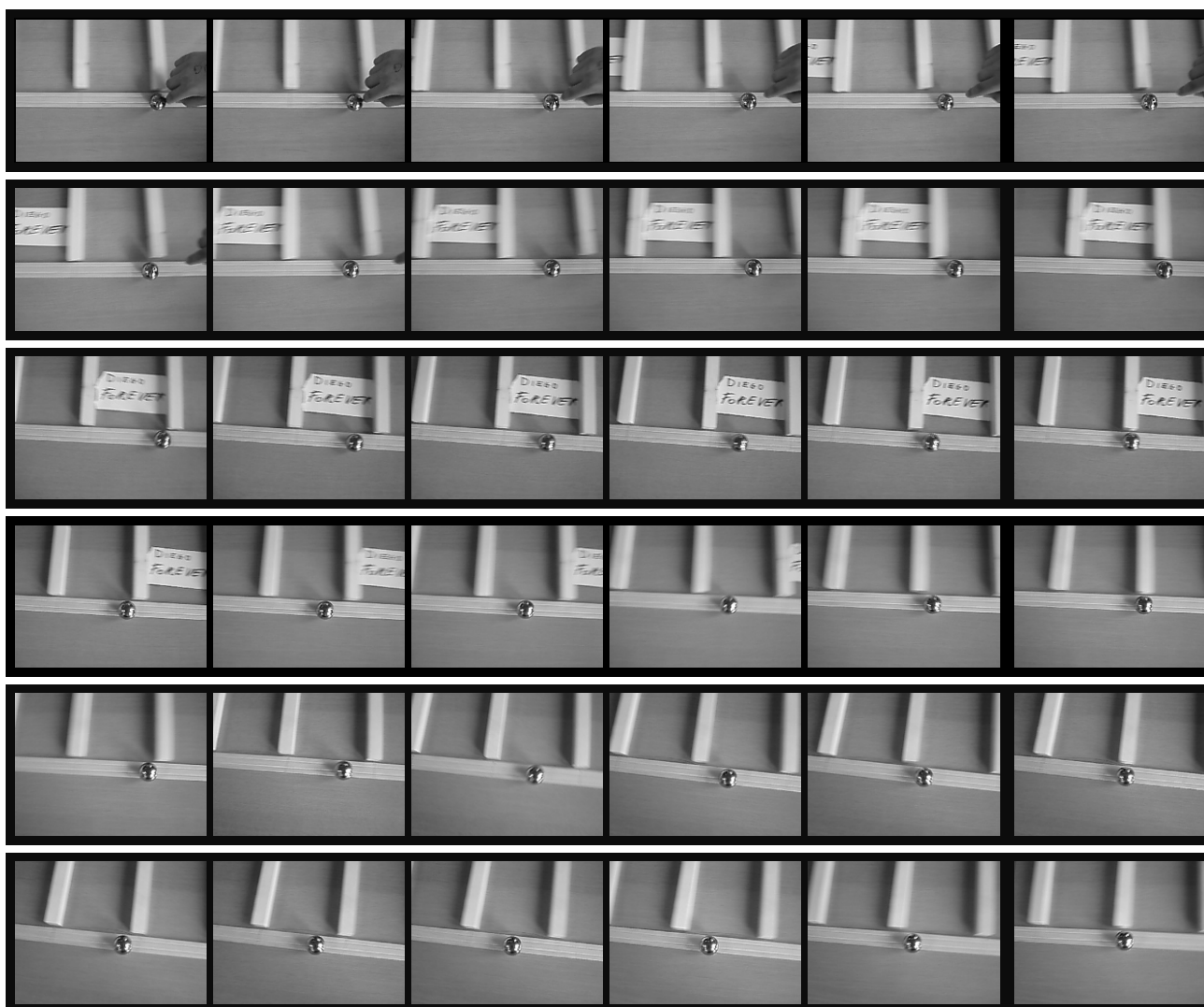
- a velocità doppia si percorre il doppio dello spazio
- in metà tempo si percorre metà dello spazio.
- in un tempo doppio si percorre il doppio dello spazio

e così via. La via grafica è molto semplice:



Classe permettendo, il moto della pallina spinta lungo la scanalatura può essere filmato (si può chiedere la collaborazione di alcuni studenti che solitamente sono molto abili in ciò con macchine fotografiche o telefonini).

Il filmato, fotogramma per fotogramma, può allora fornire una splendida illustrazione del moto a velocità costante, in cui vengono percorsi spazi uguali in tempi uguali.



Nel filmato i “tempi uguali” sono dati dai fotogrammi, mentre gli spazi uguali sono disegnati sulla cornice o indicati con oggetti posti in parte, come “paracarri”. Nell’illustrazione si vede come nei fotogrammi multipli di 6 la pallina sia sempre in prossimità di un paracarro.

Se è possibile proiettare le immagini così acquisite, si può cominciare a contare i fotogrammi, 1, 2, 3... calcando la voce al 6 per sottolineare che è stata percorsa la distanza tra due paracarri, e poi si riparte 1, 2, 3... al 6 nuovo paracarro, gli studenti si uniscono al conteggio ad alta voce... 1, 2, 3, 4, 5, 6... 1, 2, 3, 4, 5, 6...

Il concetto “velocità costante, spazi uguali in tempi uguali” può così venir presentato senza ricorrere a spiegazioni che si rivelano sempre un po’ astruse.

(2) preparazione del piano inclinato

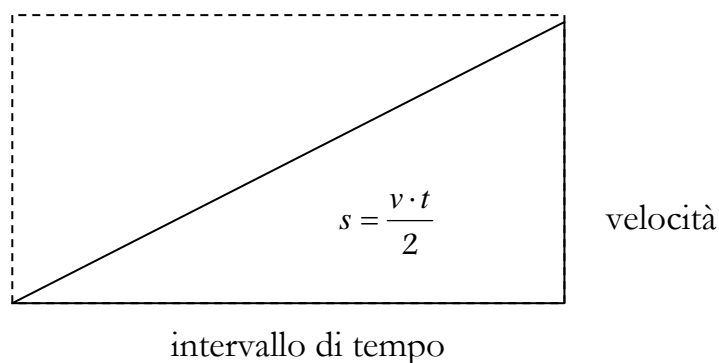
Con i diversi sostegni, oltre a sostegni occasionali tipo banchi di diverse altezze, libri o altro, la cornice di ramino può essere inclinata.

Bisogna fare attenzione a puntellare in più punti, con i sostegni, la cornice inclinata, perché altrimenti si incurva.

Deve essere drittissima. Il filo per cucire, teso da un capo all’altro, può essere d’aiuto per verificare ciò.

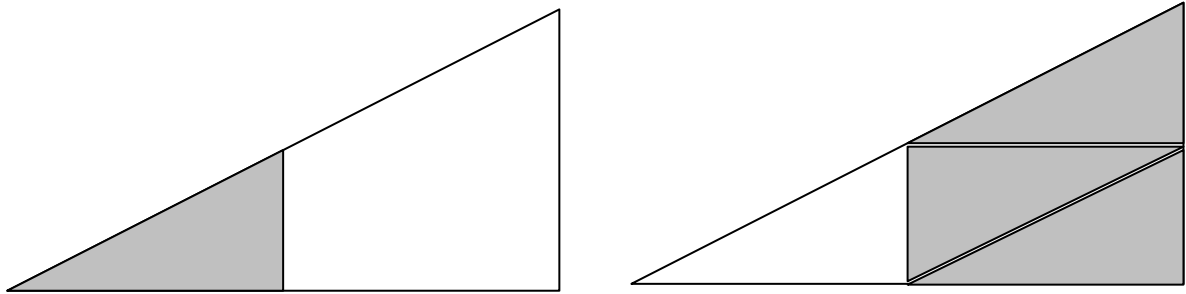


Con il metodo grafico di Oresme, possiamo disegnare la “configurazione” del moto uniformemente accelerato (*uniformiter difformis*). Si tratta di un triangolo.



La configurazione a triangolo ci fa capire facilmente che nel moto uniformemente accelerato nella prima metà del tempo viene percorso un quarto dello spazio, mentre

nella seconda metà di tempo vengono percorsi i rimanenti tre quarti.



La relazione è dunque chiara dal punto di vista matematico. Ma bisogna verificare che sia quello che avviene in natura. Come Galileo fa dire a Simplicio nei *Discorsi* (crf pag 10)

“io resto assai ben capace che il negozio deva succeder così, posta e ricevuta la definizione del moto uniformemente accelerato. Ma se tale sia poi l'accelerazione della quale si serve la natura nel moto de i suoi gravi descendentì, io per ancora ne resto dubbioso...”

Bisogna quindi procedere a misurare i tempi impiegati dalla pallina nel discendere la lunghezza dell'intera cornice, e un quarto di questa lunghezza, per verificare se sono davvero uno doppio dell'altro.

Naturalmente, è sufficiente scegliere due lunghezze in proporzione 1 e $\frac{1}{4}$. Anche 200 cm e 50 cm vanno bene, come pure 230 e 57,5 ...

tempo impiegato a percorrere l'intera lunghezza: →		
tempo impiegato a percorrere un quarto della lunghezza: →		← deve essere la metà del tempo precedente

A questo proposito, per ognuno dei due tempi si possono prendere più misure, e fare poi la media.

	1 ^a misura	2 ^a misura	3 ^a misura	MEDIA
tempo impiegato a percorrere l'intera lunghezza: →				
tempo impiegato a percorrere un quarto della lunghezza: →				

Quanto presentato finora è il nucleo dell'esperimento. Poiché il rapporto $1 \text{ e } \frac{1}{2}$ tra i tempi è verificato con buona approssimazione qualunque siano le distanze $1 \text{ e } \frac{1}{4}$ scelte, è stato quindi verificato che il moto della pallina che cade è uniformemente accelerato.

* * *

Si possono poi verificare molte altre cose, per esempio la proporzione

$$\frac{S}{s} = \frac{T^2}{t^2}$$

Questa proporzione mostra in modo esplicito la famosa relazione secondo cui nel moto uniformemente accelerato gli spazi percorsi stanno tra loro come i quadrati dei tempi.

* * *

E ancora, una volta verificato che in intervalli di tempo uguali e successivi gli spazi percorsi stanno tra loro come 1 e 3, si può proseguire per gli intervalli successivi, e mostrare che gli spazio percorsi stanno tra loro come 1, 3, 5, 7, etc.

i materiali, dove trovarli

La cornice di ramino grezzo si può trovare nei centri per il bricolage e il fai da te. Ma una trave di recupero, un battiscopa o un profilato vanno altrettanto bene. L'importante è che siano drittissimi e abbiano una scanalatura per guidare la pallina.

Le sfere di acciaio per cuscinetti a sfera si trovano in negozi di ferramenta e di forniture industriali. Per l'esperimento più sono grosse e pesanti e più il loro moto è regolare.

FONTI PER LA NARRAZIONE: SCIENZA DEL MOTO LOCALE

Gli otto anni e mezzo che intercorrono tra la conclusione del processo e la morte di Galileo sono un po' trascurati nelle ricostruzioni che si trovano sui libri di testo. Ma non si può certo sottovalutare il loro valore. Galileo non fu mai così grande come in quegli ultimi anni che lo videro lottare con coraggio e tenacia contro tanti dolori e sofferenze morali e fisiche, per lasciare il suo più duraturo testamento scientifico, i *Discorsi*.

Dopo il processo, Galileo tornò nella sua villa di Arcetri, agli "arresti domiciliari". Certo la proibizione del *Dialogo* e l'abiura erano state un grandissimo dolore per lui. Un dolore ancora maggiore lo attendeva dopo il suo ritorno: la morte della sua carissima figlia prediletta, Suor Maria Celeste, che gli era stata vicina durante tutto il processo. Quanto alle sofferenze fisiche, la più crudele fu senza dubbio la perdita della vista. Ma Galileo non era uomo da cedere allo scoraggiamento. Spronato dagli amici e discepoli, portò a compimento i suoi studi di dinamica, a cui dette il titolo *Discorsi e Dimostrazioni Matematiche intorno a due nuove scienze attenenti alla Meccanica e ai movimenti locali* e che vennero stampati nel 1638 a Leida, in Olanda, dal famoso editore Elzevier.

DISCORSI
E
DIMOSTRAZIONI
MATEMATICHE,
intorno à due nuove scienze
Attenenti alla
MECANICA & I MOVIMENTI LOCALI,
del Signor
GALILEO GALILEI LINCEO,
Filosofo e Matematico primario del Serenissimo
Grand Duca di Toscana.
Con una Appendice del centro di gravità d'alcuni Solidi.



IN LEIDA,
Appresso gli Elsevirii. M. D. C. XXXVIII.

giornata terza DEL MOTO LOCALE

Diamo avvio a una nuovissima scienza intorno a un soggetto antichissimo. Nulla v'è, forse, in natura, di più antico del moto, e su di esso ci sono non pochi volumi, né di piccola mole, scritti dai filosofi; tuttavia tra le sue proprietà ne trova molte che, pur degne di essere conosciute, non sono mai state finora osservate, nonché dimostrate. Se ne rilevano alcune più

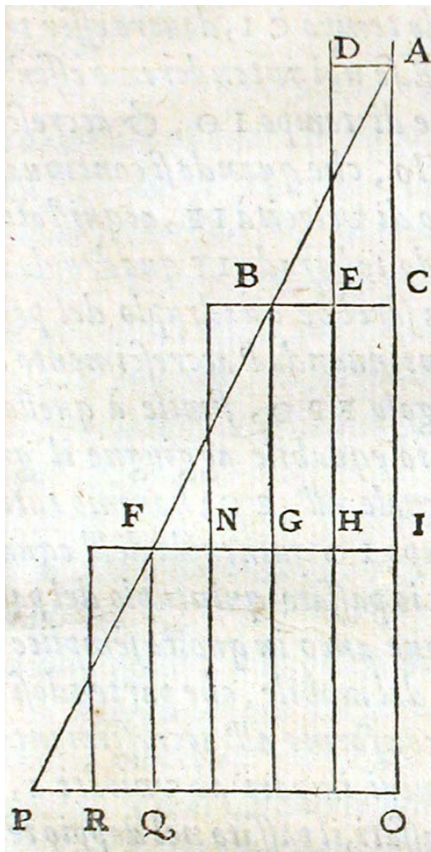
immediate, come quella, ad esempio, che il moto naturale dei gravi discendenti accelera continuamente; però, secondo quale proporzione tale accelerazione avvenga, non è stato sin qui mostrato: nessuno, che io sappia, infatti, ha dimostrato che un mobile discendente a partire dalla quiete percorre, in tempi eguali, spazi che ritengono tra di loro la medesima proporzione che hanno i numeri impari successivi *ab unitate*. È stato osservato che i corpi lanciati, ovverossia i proietti, descrivono una linea curva di un qualche tipo; però, che essa sia una parabola, nessuno l'ha mostrato. Che sia così, lo dimostrerò insieme ad altre non poche cose, né meno degne di essere conosciute, e, ciò che ritengo ancor più importante, si apriranno le porte a una vastissima e importantissima scienza, della quale queste nostre ricerche costituiranno gli elementi; altri ingegni più acuti del mio ne penetreranno poi più ascosi recessi.

Dividiamo in tre parti la trattazione: nella prima parte consideriamo ciò che concerne il moto equabile o uniforme; nella seconda trattiamo del moto naturalmente accelerato; nella terza, del moto violento, ossia dei proietti.

Del testo galileiano presentiamo parte della trattazione del moto naturalmente accelerato. Il testo completo è disponibile in internet nella biblioteca virtuale www.liberliber.it

...si faceva in esso scendere
una palla di bronzo
durissimo, ben rotondata e
pulita...

Sagr. Suspendete, in grazia, alquanto la lettura, mentre io vo ghiribizzando intorno a certo concetto pur ora cascatomi in mente; per la spiegatura del quale, per mia e per vostra più chiara intelligenza, fo un poco di disegno.



Dove mi figuro per la linea AI la continuazione del tempo dopo il primo instante in A ; applicando poi in A , secondo qualsivoglia angolo, la retta AF , e congiugnendo i termini I , F , diviso il tempo AI in mezzo in C , tiro la CB parallela alla IF ; considerando poi la CB come grado massimo della velocità che, cominciando dalla quiete nel primo instante del tempo A , si andò augumentando secondo il crescimento delle parallele alla BC , prodotte nel triangolo

ABC (che è il medesimo che crescere secondo che cresce il tempo), ammetto senza controversia, per i discorsi fatti sin qui, che lo spazio passato dal mobile cadente con la velocità accresciuta nel detto modo sarebbe eguale allo spazio che passerebbe il medesimo mobile quando si fusse nel medesimo tempo AC mosso di moto uniforme, il cui grado di velocità fusse eguale all' EC , metà del BC . Passo ora più oltre, e figuratomi, il mobile sceso con moto accelerato trovarsi nell'istante C avere il grado di velocità BC , è manifesto, che se egli continuasse di muoversi con l'istesso grado di velocità BC senza più accelerarsi, passerebbe nel seguente tempo CI spazio doppio di quello che ei passò nell'egual tempo AC col grado di velocità uniforme EC , metà del grado BC ; ma perché il mobile scende con velocità accresciuta sempre uniformemente in tutti i tempi eguali, aggiungerà al grado CB nel seguente tempo CI quei momenti medesimi di velocità crescente secondo le parallele del triangolo BFG , eguale al triangolo ABC : sì che, aggiunto al grado di velocità GI la metà del grado FG , massimo degli acquistati nel moto accelerato e regolati dalle parallele del triangolo BFG , aremo il grado di velocità IN , col quale di moto uniforme si sarebbe mosso nel tempo CI ; il qual grado IN essendo triplo del grado EC , convince, lo spazio passato nel secondo tempo CI dovere esser triplo del passato nel primo tempo CA . E se noi intenderemo, esser aggiunta all' AI un'altra ugual parte di tempo IO , ed accresciuto il triangolo sino in APO , è manifesto, che quando si continuasse il moto per tutto 'l tempo IO col grado di velocità IF , acquistato nel moto accelerato nel tempo AI , essendo tal grado IF quadruplo dell' EC , lo spazio passato nel tempo IO sarebbe quadruplo del passato nell'egual primo tempo AC ; ma continuando l'accrescimento dell'uniforme accelerazione nel triangolo FPQ simile a quello del triangolo ABC , che ridotto a moto equabile aggiunge il grado eguale all' EC , aggiunto il QR eguale all' EC , aremo tutta la velocità equabile esercitata nel tempo IO quintupla dell'equabile del primo tempo AC , e però lo spazio passato quintuplo del passato nel primo tempo AC . Vedesi dunque anco in questo semplice calcolo, gli spazii passati in tempi uguali dal mobile che, partendosi dalla quiete, va acquistando velocità conforme all'accrescimento del tempo, esser tra

di loro come i numeri impari *ab unitate* 1, 3, 5, e, congiuntamente presi gli spazii passati, il passato nel doppio tempo esser quadruplo del passato nel sudduplo, il passato nel tempo triplo esser nonuplo, ed in somma gli spazii passati essere in duplicata proporzione de i tempi, cioè come i quadrati di essi tempi.

Simp. Io veramente ho preso più gusto in questo semplice e chiaro discorso del Sig. Sagredo, che nella per me più oscura dimostrazione dell'Autore; sì che io resto assai ben capace che il negozio deva succeder così, posta e ricevuta la definizione del moto uniformemente accelerato. Ma se tale sia poi l'accelerazione della quale si serve la natura nel moto de i suoi gravi descendentì, io per ancora ne resto dubbioso; e però, per intelligenza mia e di altri simili a me, parmi che sarebbe stato opportuno in questo luogo arrear qualche esperienza di quelle che si è detto esservene molte, che in diversi casi s'accordano con le conclusioni dimostrate.

Salv. Voi, da vero scienziato, fate una ben ragionevol domanda; e così si costuma e conviene nelle scienze le quali alle conclusioni naturali applicano le dimostrazioni matematiche, come si vede ne i prospettivi, negli astronomi, ne i meccanici, ne i musici ed altri, li quali con sensate esperienze confermano i principii loro, che sono i fondamenti di tutta la seguente struttura: e però non voglio che ci paia superfluo se con troppa lunghezza aremo discorso sopra questo primo e massimo fondamento, sopra 'l quale s'appoggia l'immensa machina d'infinite conclusioni, delle quali solamente una piccola parte ne abbiamo in questo libro, poste dall'Autore, il quale arà fatto assai ad aprir l'ingresso e la porta stata sin or serrata agl'ingegni specolativi. Circa dunque all'esperienze, non ha tralasciato l'Autor di farne; e per assicurarsi che l'accelerazione de i gravi naturalmente descendentì segua nella proporzione sopradetta, molte volte mi son ritrovato io a farne la prova nel seguente modo, in sua compagnia.

In un regolo, o vogliàn dir corrente, di legno, lungo circa 12 braccia, e largo per un verso mezo braccio e per l'altro 3 dita, si era in questa minor larghezza incavato un canaletto, poco più largo d'un dito; tiratolo drittissimo, e, per averlo ben pulito e liscio, incollatovi dentro una carta pecora zannata e lustrata al possibile, si faceva

in esso scendere una palla di bronzo durissimo, ben rotondata e pulita; costituito che si era il detto regolo pendente, elevando sopra il piano orizzontale una delle sue estremità un braccio o due ad arbitrio, si lasciava (come dico) scendere per il detto canale la palla, notando, nel modo che appresso dirò, il tempo che consumava nello scorrerlo tutto, replicando il medesimo atto molte volte per assicurarsi bene della quantità del tempo, nel quale non si trovava mai differenza né anco della decima parte d'una battuta di polso. Fatta e stabilita precisamente tale operazione, facemmo scender la medesima palla solamente per la quarta parte della lunghezza di esso canale; e misurato il tempo della sua scesa, si trovava sempre puntualissimamente esser la metà dell'altro: e facendo poi l'esperienze di altre parti, esaminando ora il tempo di tutta la lunghezza col tempo della metà, o con quello delli duo terzi o de i $3/4$, o in conclusione con qualunque altra divisione, per esperienze ben cento volte replicate sempre s'incontrava, gli spazii passati esser tra di loro come i quadrati e i tempi, e questo in tutte le inclinazioni del piano, cioè del canale nel quale si faceva scender la palla; dove osservammo ancora, i tempi delle scese per diverse inclinazioni mantener esquisitamente tra di loro quella proporzione che più a basso troveremo essergli assegnata e dimostrata dall'Autore. Quanto poi alla misura del tempo, si teneva una gran secchia piena d'acqua, attaccata in alto, la quale per un sottil cannellino, saldatogli nel fondo, versava un sottil filo d'acqua, che s'andava ricevendo con un piccol bicchiero per tutto 'l tempo che la palla scendeva nel canale e nelle sue parti: le particelle poi dell'acqua, in tal guisa raccolte, s'andavano di volta in volta con esattissima bilancia pesando, dandoci le differenze e proporzioni de i pesi loro le differenze e proporzioni de i tempi; e questo con tal giustezza, che, come ho detto, tali operazioni, molte e molte volte replicate, già mai non differivano d'un notabil momento.

Simp. Gran sodisfazionearei ricevuta nel trovarmi presente a tali esperienze: ma sendo certo della vostra diligenza nel farle e fedeltà nel referirle, mi quieto, e le ammetto per sicurissime e vere.

Salv. Potremo dunque ripigliar la nostra lettura, e seguitare avanti.

FONTI PER LA NARRAZIONE: LA SCUOLA DI MERTON

Galileo era certo nel giusto quando descriveva il moto come un soggetto antichissimo. Nel medioevo lo “scienza del moto” (meccanica) era entrata nella filosofia della natura come una disciplina a sé stante, attraverso le traduzioni della *Fisica* di Aristotele e di vari commentari ad essa, di Simplicio, Giovanni Filopono e diversi scienziati arabi. Come risultato, dalla metà del tredicesimo secolo, la meccanica del medioevo fu dominata da considerazioni aristoteliche, come la preferenza per i moti uniformi, la distinzione tra moto naturale e moto violento, la proporzionalità tra forza e velocità.

Non appena la filosofia di Aristotele fu introdotta nell’insegnamento universitario, cominciò una reazione critica, e a partire dal tredicesimo secolo filosofi e scienziati cercarono di confutare le maggiori assurdità aristoteliche. La storia della meccanica scolastica non è quindi solo la storia di come la teoria aristotelica fu ripetuta e ripetuta, è anche la storia di un movimento critico che acquisiva sempre più forza.



Il cortile del Merton College a Oxford

La scuola di Merton: cinematica e dinamica

di Olaf Pedersen

Nel periodo tra il 1320 e il 1350 il Merton College, a Oxford, fu sede di una vera scuola di meccanica, con Thomas Bradwardine, William Heytesbury, Richard Swineshead e John Dumbleton tra i suoi membri più importanti. Il loro lavoro si sviluppò dal generale problema filosofico di come la variazione di forme qualitative potesse essere descritta in termini quantitativi. Il fatto che la velocità di un moto non-uniforme fosse un esempio ovvio di un’intensità che varia spiega perché le

preoccupazioni della scuola di Merton divennero particolarmente fruttuose nell’ambito della meccanica.

Il primo risultato del lavoro della scuola di Merton fu l’emergenza di una chiara distinzione tra cinematica (la descrizione di come un moto procede nello spazio e nel tempo) e dinamica (l’investigazione delle forze moventi). Prima di ciò, discutevano se il moto in se stesso richiedesse altri criteri oltre allo spazio e al tempo; per esempio, se fosse necessario un mezzo ritardante intorno al corpo che si muove.

Nel tredicesimo secolo, il punto di vista cinematico era stato espresso da Tommaso d’Aquino in disaccordo con un altro domenicano, Egidio Romano, e all’inizio del quattordicesimo secolo l’emergente movimento nominalista in filosofia aveva tentato di dare al problema del moto una nuova base. I

nominalisti credevano solo nell'esistenza di sostanze individuali, e rifiutavano di considerare i concetti astratti e generali qualcosa di più di semplici nomi. Perciò, nel campo della fisica, essi erano scettici sul concetto di forza, e il loro leader William di Ockham (c.1300 – c.1350) sottolineava che investigare sulle cause del moto (le forze agenti) era molto differente dal descrivere il moto come qualcosa di percepibile coi sensi.

I nominalisti avevano più seguaci nel campo della logica che in filosofia naturale; eppure sembra che essi abbiano stimolato gli studiosi del Merton College a trattare la cinematica e la dinamica separatamente, e a renderli coscienti della fondamentale differenza tra i due punti di vista. Perciò, nel *Tractatus de Proportionibus* di Thomas Bradwardine (1328), il capitolo 3 tratta delle proporzioni della velocità del moto in quanto collegate alle forze del corpo movente e del corpo mosso (dinamica), mentre il capitolo 4 tratta le stesse proporzioni ma collegate alla grandezza del corpo mosso e alla distanza percorsa (cinematica). In un altro trattato della scuola di Merton, il *Tractatus de motu*, c'è la distinzione tra la determinazione della velocità di un moto *quo ad causam* (dinamica) e *quo ad effectum* (cinematica).

Il problema fondamentale nella determinazione della velocità di un corpo in un dato istante e affrontato direttamente da William Heytesbury nel suo *Regule solvendi sophismata* (1335), in cui la parte 6 tratta del *motus localis*, il moto nello spazio. Qui prima spiega che

*un moto è detto uniforme quando
distanze eguali sono percorse in tempi eguali
con la stessa velocità*

che può essere considerata una definizione di velocità costante. Poi cerca di dare (senza riuscirci) una definizione di velocità istantanea:

*in un moto non-uniforme la velocità in un dato
istante di tempo può essere concepita come
la distanza che il corpo attraverserebbe se,
in un certo intervallo di tempo,
fosse mosso uniformemente con la velocità che
aveva nel dato istante.*

Il tentativo di Heytesbury è una prova delle insormontabili difficoltà nel dare una definizione logica di velocità istantanea prima

dell'introduzione del calcolo differenziale e dei concetti di limite.

Alla fine, Heytesbury definisce il moto uniformemente accelerato:

*Un moto è uniformemente accelerato quando la
velocità cresce con aumenti uguali in arbitrari,
ma uguali, intervalli di tempo.*

Ma anche se gli studiosi di Merton non sono riusciti a dare una definizione logica di velocità istantanea, ciò non gli impedì di raggiungere diversi risultati di grande importanza per lo sviluppo della meccanica. La prima di queste è una proposizione sul moto uniformemente accelerato, spesso detta Relazione di Merton, secondo cui

*se la velocità di un corpo è aumentata
uniformemente da v_0 a v_1 durante l'intervallo
di tempo t la distanza attraversata in
quell'intervallo di tempo sarà*

$$s = \left[v_0 + \frac{v_1 - v_0}{2} \right] \cdot t$$

Ci furono molte dimostrazioni di questo teorema nei lavori degli studiosi di Merton, che dovevano essere coscienti del suo carattere fondamentale.

Se la velocità v_0 è pari a zero, l'espressione si riduce a

$$s = \frac{1}{2} v_1 \cdot t$$

Se la velocità aumenta uniformemente col tempo si ha $v_1 = g \cdot t$ che porta a

$$s = \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

Formalmente, questa è la legge di caduta libera, con g interpretata come accelerazione di gravità, e così diventa chiaro come nella prima metà del quattordicesimo secolo gli scienziati possedessero già gli arnesi necessari alla descrizione della caduta in un campo gravitazionale omogeneo esattamente nella forma applicata trecento anni dopo da Galileo.

FONTI PER LA NARRAZIONE: NICOLE ORESME

Nicole Oresme (c. 1320-1382) era un filosofo francese originario della Normandia, insegnante alla Sorbona e Maestro del Collegio di Navarra a Parigi, diplomatico di Carlo V e vescovo di Liseiux.

Insieme a Buridano, Oresme è il principale rappresentante dei matematici e fisici della scuola di Parigi nel quattordicesimo secolo. Il suo metodo grafico fu utile sia per la cinematica che per la nozione di funzione, e più tardi divenne molto importante per lo sviluppo della geometria. Le sue traduzioni in francese e i commenti ad Aristotele fanno di lui una delle figure più importanti della critica aristotelica del tardo medioevo. Scrisse anche lavori economici, teologici e anti-astrologici. Non c'è un'edizione completa dei suoi scritti.

Il metodo grafico di Oresme

di Olaf Pedersen

Intorno al 1350, Nicola Oresme fece un passo decisivo nella cinematica medievale. In quel periodo insegnava all'Università di Parigi, ed era molto influenzato dalla scuola di Merton, come del resto il suo insegnante Johannes Buridanus. Il grande risultato di Oresme fu un metodo grafico per rappresentare la variazione delle qualità.

Si supponga che la velocità di un corpo durante un dato intervallo di tempo t_0 vada disegnata, e viene scelta un'unità arbitraria per mezzo della quale una linea lunga t_0 detta *longitudo* viene disegnata. L'istante di tempo t nell'intervallo t_0 è rappresentato da un punto P sulla *longitudo*. Da P si conduce una linea perpendicolare alla *longitudo* con una lunghezza pari alla velocità del corpo al tempo t (misurato in un'altra unità arbitraria). Questa linea è detta *latitudo*. L'insieme di tutte le linee di *latitudo* ricopre un'area del piano e definisce una figura che Oresme chiama la "configurazione" del moto.

Un moto uniforme corrisponde a una configurazione rettangolare. Se il moto ha un'accelerazione costante la configurazione è un triangolo (se la velocità iniziale è zero) o un trapezio. In questo modo qualunque distribu-

zione di velocità ha la sua configurazione caratteristica che rivela immediatamente un certo numero di caratteristiche del moto in questione. Da un punto di vista matematico il metodo di Oresme è estremamente importante in quanto fu, nel senso moderno, uno dei primi esempi di rappresentazione grafica. Divenne rapidamente conosciuto nelle università, e integrato nel normale curriculum matematico. Tutto indica che nel diciassettesimo secolo il metodo contribuì sia allo sviluppo della geometria analitica sia all'evoluzione del concetto di funzione.



Nicola Oresme al lavoro. Da un manoscritto del suo Livre du ciel et du monde.

[dal dominio pubblico di wikipedia]

L'importanza del metodo di Oresme in cinematica fu soprattutto nel fatto che rese possibile arrivare a una determinazione geometrica della distanza attraversata dal corpo in moto. Se il moto è uniforme, con velocità v durante il tempo t , la distanza è $s = v \cdot t$. Ciò è uguale all'area della configurazione rettangolare del moto. Se il moto è non-uniforme, la configurazione non è un rettangolo, ma Oresme assunse che anche in questo caso l'area rappresenta la distanza. Non c'è una vera dimostrazione di questa assunzione, che Oresme sembra aver dato per buona in modo intuitivo, ma sebbene il suo metodo sia basato su fondamenta matematiche incomplete, è ovvio che in cinematica poteva servire allo stesso scopo del successivo calcolo integrale.

Oresme usò il suo metodo in molti modi. Nella sua dimostrazione della Relazione di Merton per un moto con accelerazione costante, per esempio, la configurazione è un trapezio con un'area uguale a quella del rettangolo con la stessa base e l'altezza uguale alla velocità nel punto medio. La distanza percorsa così calcolata

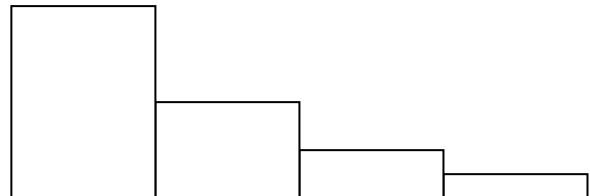
$$s = \frac{v_0 + v_1}{2} \cdot t$$

equivale alla Relazione di Merton.

La critica di Oresme a Aristotele

Oresme inoltre usò il suo metodo per individuare errori in molte argomentazioni semi-matematiche di Aristotele. Aristotele usava spesso l'asserzione che un corpo che si

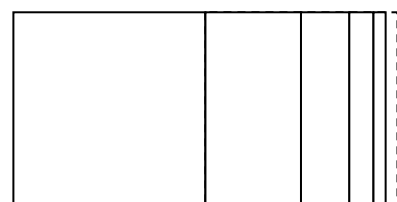
muove per un tempo infinito attraverserà una distanza infinita. Oresme provò che non è necessariamente così considerando il caso particolare di un corpo che ha velocità v il primo giorno, $v/2$ il secondo giorno, $v/4$ il terzo giorno, e così via. In questo caso la configurazione diventa una successione di rettangoli...



...e la distanza totale è espressa dalla somma della serie infinita

$$s = v + \frac{v}{2} + \frac{v}{4} + \dots \quad (t=1)$$

Che questa somma sia finita è provato geometricamente per mezzo di un rettangolo di lati 1 e 2. Da questo rettangolo si taglia un quadrato di lato 1, che rappresenta il primo termine della serie. Rimane un altro rettangolo, metà del quale rappresenta il secondo termine. Metà del rimanente rettangolo corrisponde al terzo termine e così via. L'intera, infinita configurazione può così essere contenuta in un rettangolo di area 2, e Oresme conclude che la distanza attraversata dal corpo in un tempo infinito è finita e vale $2v$.



ringraziamenti, bibliografia & c.

<p>LA CLASSE II C A.S. 2005-2006 DELLA SCUOLA ANDREATTA DI PERGINE PROF ATANASIO</p>	<p>GALILEO PER IL COPERNICANESIMO E PER LA CHIESA DI ANNIBALE FANTOLI SPECOLA VATICANA LIBRERIA EDITRICE VATICANA</p>	<p>EARLY PHYSICS & ASTRONOMY DI OLAF PEDERSEN CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS</p>	<p>WWW.LIBERLIBER.IT TESTO DEI DISCORSI DI GALILEO</p>
--	---	--	--